Lógica

Roberto J.
Katayama
Omura

falacias
valores de verdad
rgument
grama de Venn equívoco
tercio exclus
proposició
condicional negación condiciona
dentidad
premisa inferencias
énfasis
reglas de formación
nciones de lenguaj
o contradicción
conclusión
plicancias notables conjunci
agramas semánticos
uivalencias notables derivacion
dentida
análisis de ramas
silogística

editora LEALTAD sac

Título: LÓGICA

© Derecho de edición : **Editora LEALTAD S.A.C.**
Calle Barlovento 310, Urb. Residencial Higuereta,
Santiago de Surco
Teléfono: 271-3443

Dirección general : Dr. Manuel A. Coronado Aguilar
Encargado de la edición : María Elena Rafajlovski
Diagramación : Luz Moreno Valverde
Ilustraciones : Jorge Ramos Cajo
Corrección de texto : Saúl Ames Pazos

© Derechos de autor : Roberto Juan Katayama Omura

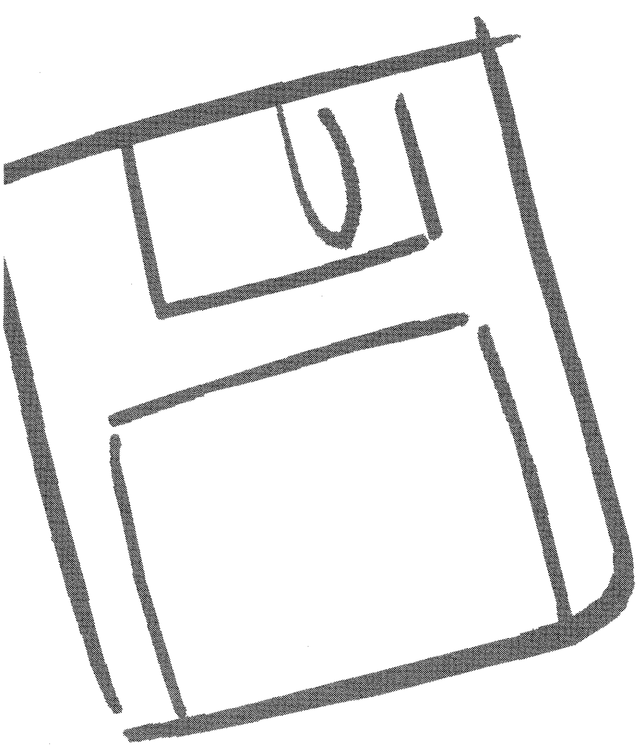
Primera edición, agosto 2011

ISBN N°: 978-612-4094-21-7
Registro de Proyecto Editorial N°: 31501300900537
Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N°: 2011-09625

Impreso en los talleres gráficos de **DISTRIBUIDORA DON JOAQUÍN**
Calle Barlovento 310, Urb. Residencial Higuereta, Santiago de Surco
Teléfono: 271-3443
Tiraje: 2000 ejemplares

Impreso en el Perú/*Printed in Peru*

ÍNDICE



INTRODUCCIÓN

Como ha señalado el futurólogo Alvin Toeffler, los analfabetos del siglo XXI ya no serán sólo aquellos que no sepan leer o escribir (una minoría decreciente), sino más bien aquellos que no estén en condiciones de aprender y reaprender conocimientos, habilidades, capacidades y competencias continuamente.

En ese sentido, la lógica, al no enseñar contenido alguno que pueda ser superado con el tiempo, sino más bien al centrarse en el estudio y desarrollo de las competencias y capacidades para distinguir el buen razonamiento del mal razonamiento, se nos revela como el instrumento apropiado para acometer esta empresa titánica a que nos llama nuestro tiempo: la de ejercitar el pensamiento crítico.

Los orígenes de la lógica se remontan a Aristóteles de Estagira y sus textos lógicos: *Analíticos Primeros, Analíticos Segundos, Categorías, Tópicos* y *Refutaciones Sofísticas.* Posteriormente, estos textos fueron recopilados por Alejandro de Afrodisia en un solo volumen bajo el título genérico de *Organon*, el cual en griego quiere decir «instrumento para pensar». Título extremadamente descriptivo, pues en sus inicios la lógica era vista como la disciplina que se ocupaba de las leyes que regían el pensamiento.

Sin embargo, actualmente no se considera, como en la época de Aristóteles, que la lógica tenga por objeto de estudio el pensamiento o sus leyes (esta tarea es dejada a la psicología cognitiva), sino que su labor se centra únicamente en el estudio de los *diversos tipos de razonamientos o inferencias,* así como las leyes formales que los rigen. En otras palabras, la lógica se ocupa del análisis de la validez o invalidez de los razonamientos, y no del pensamiento en general.

Si bien la lógica simbólica estuvo restringida en sus orígenes al análisis de proposiciones (enunciados que tienen la propiedad de ser verdaderos o falsos), posteriormente su ámbito se ha ampliado al estudio de una serie de razonamientos que no tienen necesariamente que ver con proposiciones (v. gr. los razonamientos jurídicos, que están basados en normas, y que por tanto no son ni verdaderas ni falsas, sino posibles de cumplir o imposibles de cumplir).

Como vemos, la importancia de la lógica radica en que es un potente instrumento cuando se trata de analizar la validez o invalidez de los razonamientos, sea en lenguaje natural, sea en lenguaje simbólico o formal. En ese sentido, puede ayudar a cualquiera (siempre que conozca bien su leyes y sepa aplicarlas a distintas circunstancias y ámbitos) a razonar de manera adecuada o válida, a la vez que, por oposición, evitar razonamientos deficientes o inválidos.

El presente texto tiene por objeto realizar una presentación panorámica de las principales aplicaciones de la lógica al análisis de razonamientos en lenguaje natural u ordinario, así como en lenguaje simbólico proposicional o formalizado, en un nivel básico. Para este fin, está dividido en cuatro grandes unidades temáticas. Cada una de ellas desarrolla una competencia y está dividida en lecciones, cada una de las cuales desarrolla una capacidad. Al término de cada lección hay actividades para que el estudiante aplique lo aprendido, y al final de cada unidad hay una autoevaluación para que el estudiante ponga a prueba lo aprendido. Al final del texto se incluyen los solucionarios respectivos.

El autor

UNIDAD I

Lógica no formal o cotidiana

Capítulo 1
DEFINICIÓN, ÁMBITO DE ESTUDIO E IMPORTANCIA DE LA LÓGICA

1.1 Definición

La lógica es la ciencia y a la vez el arte del estudio de los razonamientos o las inferencias. Tiene como propósito no sólo establecer si un razonamiento es correcto o no lo es, sino también estudiar las leyes, así como las propiedades lógicas que permiten llevar a cabo un buen razonamiento. En ese sentido, el famoso lógico Irving M. Copi sostiene:

«La lógica es el estudio de los métodos y principios usados para distinguir el buen (correcto) razonamiento del malo (incorrecto)».[1]

COMPETENCIA:
Comprender, apreciar y aplicar la lógica como método de análisis de la validez de razonamientos (inferencias) formulados en lenguaje ordinario.

CAPACIDAD:
Comprender la naturaleza de la lógica y apreciar su importancia en la vida cotidiana.

1.2 Ámbito de estudio de la lógica

El ámbito de estudio de la lógica es tan amplio como lo es el del razonamiento humano. Donde quiera que haya razonamiento, ahí estará presente la lógica, seamos o no conscientes de ello.

1.3 Importancia de la lógica

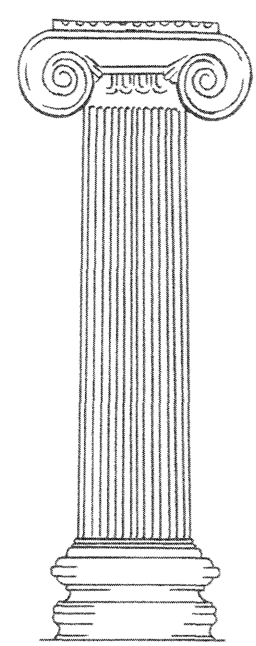
Como señalan Irving Copi y Carl Cohen, el estudio de la lógica ofrece una serie de beneficios:

a) Aumento de la capacidad para expresar ideas de manera clara y concisa.

b) Incremento de la capacidad para definir los conceptos que utilizamos.

c) Desarrollo de la capacidad para la formulación de razonamientos rigurosos.

d) Incremento de la capacidad crítica.[2]



1. Copi, Irving: Introducción a la lógica, México, Buenos Aires, EUDEBA, 1972, p. 3
2. Cfr. Copi Irving (y) Cohen Carl: Introducción a la Lógica, México, Limusa, 1995.

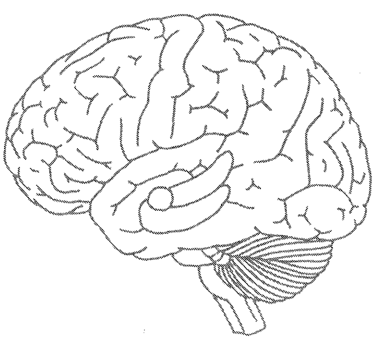
En una frase: la lógica ayuda a distinguir el buen razonamiento del malo.

Sin embargo, los beneficios del estudio de la lógica no se restringen únicamente a estos aspectos, pues ella puede extenderse a muchos otros ámbitos, como el de la inteligencia artificial, el derecho y el pensamiento científico en general.[3]

Puede hablarse incluso de una lógica de la investigación científica o una lógica de la contrastación de hipótesis.

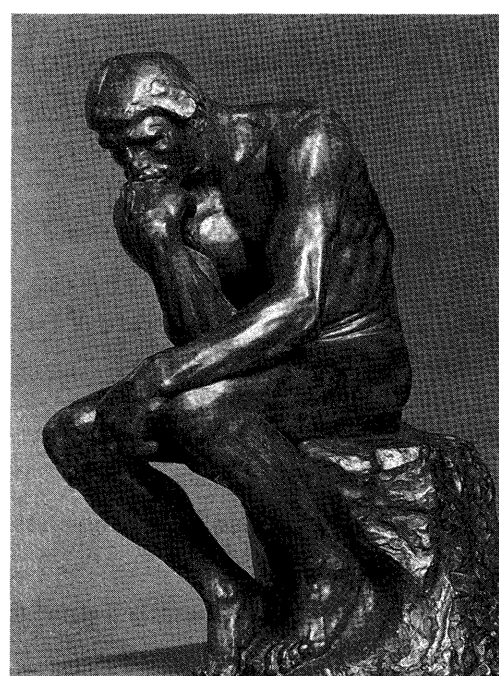
En las últimas décadas, el ámbito de la lógica se ha ramificado incluso hacia el estudio del lenguaje, así como hacia las propias ciencias sociales.[4]

Esto se debe a que la lógica, entendida como la ciencia que tiene por estudio la corrección de los razonamientos, tiene cabida en toda actividad en la que el razonamiento humano esté presente. Tenemos de este modo:



a) Lógicas deónticas, las cuales se dedican al estudio de la lógica de normas. Algunos las denominan lógica jurídica.

b) Lógicas modales, las cuales estudian la lógica de los diversos modos de predicación («posible», «permitido», «necesario»), etc.



3. Cfr. Alchourrón, Carlos; Méndez, José (y) Orayen, Raúl: Lógica, Madrid, Trotta, 1995, colección Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía.
4. Cfr. Varios: La Lógica en el Pensamiento Actual, Lima, Estudios Generales Letras de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 2001.

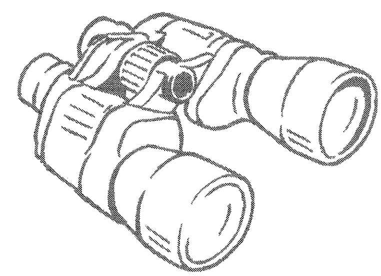
ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1. Redacte un pequeño texto en el cuál recuerde alguna experiencia personal en la que la lógica le haya sido de utilidad.

2. Realice la lectura del siguiente texto y destaque sus principales ideas:

«La lógica no estudia objeto alguno de la experiencia, sino la simple capacidad humana de analizar lo dicho y poner en claro lo que ello implica. Estudiar lógica supone, entonces, ejercitar la capacidad de análisis a través de las más diversas materias y formas de pensar. Por ello tienen desde antiguo los ejercicios de lógica un lugar propio en el studium generale, porque su meta es desplegar una capacidad del alumno, la cual ha de acompañarlo durante toda la vida.

[...]



Nuestra época está marcada tanto por la mayor heterogeneidad epistémica como por un impresionante incremento de los procesos analíticos de información y toma de decisiones automática. ¿Cómo apropiarse de todos los poderes latentes en la conexión necesaria entre las cosas, sin quedar sometido al mismo tiempo a su mecanismo inexorable? Nos apetece aquí recordar a Goethe y su sabrosa reflexión en torno al quehacer lógico:

> Mefistófeles.— Emplead bien el tiempo, que va tan a prisa; el orden os enseñará a aprovecharlo. Os aconsejo, pues, mi caro amigo, que entréis primero en el Collegium Logicum. Allí os peinarán debidamente el espíritu, os lo calzarán en borsequíes a la española, de suerte que se deslice con más tiento por el camino del pensar y no se tuerza acá y allá y se descarría ... En realidad, comparo yo la fábrica de los pensamientos con un telar, en el que a un golpe de pedal muévense mil hilos ... y un golpecito solo fragua miles de combinaciones. Pues eso mismo deberá hacer el filósofo que allí penetra y os adoctrina: lo primero tiene que ser así, lo segundo asá, y de ahí se deriva lo tercero y lo cuarto ...

Pese al famoso telar de Mefistófeles, capaz de devorar vidas y sueños, juventudes enteras, creemos que el estudio de la lógica es un trabajo liberador, por el cual la razón se sobrepone a las reglas del mero calcular, las explora, las investiga, las inventa y se las apropia».[5]

5. Tomado de: Criado Alzamora, Robarto: «Palabras del Decano», en: Varios: La lógica en el pensamiento actual, edic. cit., p. 7.

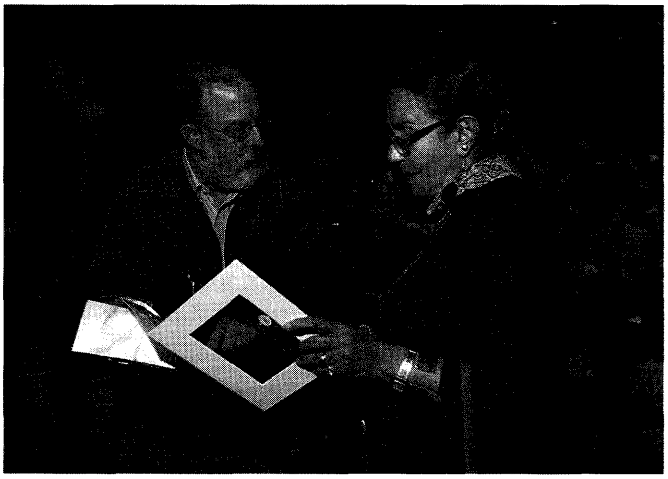
Capítulo 2
ARGUMENTOS

CAPACIDAD:

Comprender y aplicar la lógica de la argumentación.

2.1 Definición

De manera general, podemos decir que es una inferencia o razonamiento en el cual se sostiene un punto de vista u opinión, al tiempo que se dan razones que lo apoyan o lo fundamentan.



2.2 Partes

Un argumento consta de tres partes: dos obligatorias y una opcional. Las obligatorias son la premisa y la conclusión, y la opcional son los indicadores. Veamos:

2.2.1 Premisa

Son los enunciados que sirven de base o apoyo a la idea o tesis básica que el argumento se propone sostener.

Ejemplo:

[1] Todos los mamíferos son animales de sangre caliente.
[2] El delfín es un mamífero.

---

[3] Luego: el delfín es un animal de sangre caliente.

En este caso, los enunciados 1 y 2 son las premisas. Como hemos podido apreciar en este ejemplo, en un argumento puede haber más de una premisa.

Si bien por motivos didácticos hemos presentado dicho argumento de manera vertical, prácticamente separando de antemano cada una de sus partes, también se puede presentar de manera horizontal, esto es, como un texto corrido, que es lo que usualmente tenemos en la realidad:

[1] Todos los mamíferos son animales de sangre caliente. [2] El delfín es un mamífero. [3] Luego: el delfín es un animal de sangre caliente.

2.2.2 Conclusión

Es el enunciado que expresa la idea fundamental u opinión que se propone sostener el argumento. También podemos decir que es el enunciado que se deriva o infiere de las premisas.

Ejemplo:

[1] Siempre que hay crisis económica, hay recesión.
[2] Hay crisis económica.

---

[3] Por tanto, hay recesión.

En este caso, el enunciado 3 es la conclusión o idea que se pretende sostener.

Mencionamos que estos dos eran los elementos obligatorios, pero había un tercero que era opcional. Se trata de los llamados «indicadores», que no siempre aparecen en todos los argumentos. Sin embargo, su conocimiento es útil, pues facilita enormemente la identificación de las premisas y conclusiones en los casos en que aparecen.

2.3 Indicadores de premisa y conclusión

2.3.1 Indicadores de premisa

Un «indicador» es una señal. En el caso de un indicador de premisa, es un término que indica que lo que viene es una premisa. Señalan causa o antecedente, y suelen anteceder a las premisas. Entre los más usuales tenemos:

«Además»
«Teniendo en cuenta que»
«Partiendo de»
«Considerando que»

«En vista de que»
«Ya que»
«Puesto que»
«Porque»

2.3.2 Indicadores de conclusión

Son términos que indican o señalan consecuencias. Suelen anteceder a la conclusión. Entre los más usuales, tenemos:

«Entonces»
«Luego»
«Por tanto»
«Por lo tanto»
«Concluyo que»
«Se concluye que»
«Se establece que»
«Se deduce que»
«De ahí que»
«Se sigue que»

2.4 Estructura básica de un argumento

Los argumentos pueden ser simples o complejos. Esto depende no tanto del número de premisas que tengan, sino del número de conclusiones que posean.

Por lo anterior, un argumento puede tener una o más premisas, así como una o más conclusiones. Incluso, un enunciado que cumple la función de conclusión en un argumento puede cumplir la función de premisa en un razonamiento más amplio. Por ejemplo:

[1] Todos los batracios son anfibios.
[2] Las ranas son batracios.
[3] Entonces, las ranas son anfibios.
[4] Los seres anfibios tienen dos hábitat.
[5] Por lo tanto, las ranas tienen dos hábitat.

En este caso, tenemos que 1 y 2 son las premisas del enunciado 3 (conclusión). Sin embargo, el enunciado 3 y el enunciado 4 son premisas del enunciado 5 (conclusión).

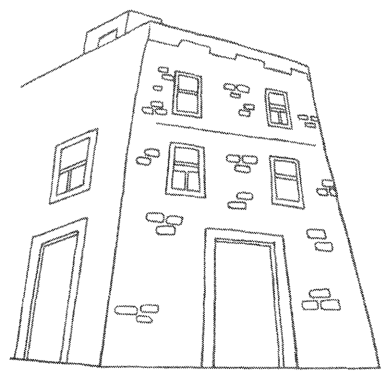
Nosotros únicamente nos centraremos en el estudio de argumentos con una o más premisas, pero con una sola o única conclusión. Veamos un caso:

[1] Mañana será miércoles.
[2] Por tanto, hoy es martes.
[3] Además, ayer fue lunes.

El enunciado 2 constituye la conclusión, y los enunciados 1 y 3 las premisas. Pasaremos de demostrar esto en seguida: como lunes es el día inmediatamente anterior a martes y miércoles es el día inmediatamente posterior a martes, si poseo la información de que ayer fue lunes (enunciado 1) o que mañana será miércoles, puedo inferir que hoy es martes.

Por otro lado, vemos que la conclusión no está al final del argumento o razonamiento, sino que ésta se encuentra en medio. Esto indica que la conclusión no siempre va al final del argumento, sino que puede ir también al medio o incluso al inicio.

Pues bien, esta estructura interna del argumento, esto es, el orden en que aparecen tanto la(s) premisa(s) como la conclusión, así como la manera en que ambas partes del argumento está ligadas, es lo que aprenderemos a distinguir en el presente acápite. Hacemos siempre la salvedad de que estamos trabajando con argumentos que poseen únicamente una conclusión.



Nuestra explicación tendrá el siguiente orden: en primer lugar, daremos un argumento; en segundo lugar, identificaremos sus premisas y sus conclusiones; en tercer lugar, representaremos su estructura; y en cuarto lugar, explicaremos nuestro proceder.

2.4.1 Primera estructura

Partamos del siguiente argumento:

El gato está vivo, entonces el gato no está muerto.

Nuestro primer paso debe ser identificar cuántos enunciados tiene. En este caso, el argumento posee dos enunciados:

(1)[El gato está vivo,] entonces (2)[el gato no está muerto.]

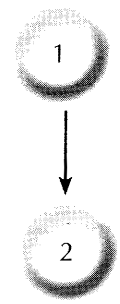
Nuestro segundo paso es identificar la(s) premisa(s) y la conclusión.

En este caso, nosotros sabemos que «el gato no está muerto» gracias a que tenemos la información de que «el gato está vivo». Por si ello fuera poco, tenemos la ayuda adicional de que aparece el término «entonces», que, como hemos aprendido, es un indicador de conclusión.

Partiendo de lo establecido, podemos concluir entonces lo siguiente:

Premisa (P) : «el gato está vivo»
Conclusión (C) : «el gato no está muerto»

Determinadas la premisa y la conclusión del presente argumento, pasamos al siguiente paso, el cual consiste en representar de manera gráfica su estructura interna.



Concluimos que la primera estructura se presenta cuando tenemos sólo una premisa y una conclusión.

2.4.2 Segunda estructura

Partamos del siguiente argumento:

Hoy es jueves, puesto que ayer fue miércoles, y además sabemos que el día inmediatamente posterior al miércoles es jueves.

Como ya sabemos, lo primero que tenemos que hacer es identificar cuántos enunciados tiene. En este caso, el argumento posee tres enunciados:

> (1)[Hoy es jueves,] puesto que (2)[ayer fue miércoles], y además sabemos que (3)[el día inmediatamente posterior al miércoles es jueves.]

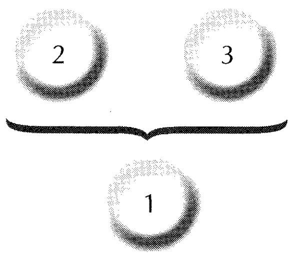
Lo segundo es identificar la(s) premisa(s) y la conclusión:

Premisas (P) : «ayer fue miércoles»
«El día inmediatamente posterior al miércoles es jueves»
Conclusión (C): «hoy es jueves»

¿Nota el lector algo diferente en este caso respecto del anterior? Pues sí hay algo diferente, aquí estamos frente a un argumento con dos premisas.

Por lo anterior, tenemos que agregar un paso adicional que no era necesario en el caso anterior: analizar si para deducir o derivar la conclusión son necesarias ambas premisas, o si sería suficiente con una sola premisa para poder inferirla. Pasemos, pues, al análisis.

Si no supiéramos que el jueves es el día inmediatamente posterior al miércoles o, si se quiere, que al miércoles sigue inmediatamente el jueves, no podríamos inferir, sólo mediante la información de que ayer fue miércoles, que hoy es jueves. De ahí que, para poder deducir la conclusión, se requiere de ambas premisas.



De este modo, podemos concluir que la segunda estructura se presenta cuando tenemos dos o más premisas y una conclusión, pero la conclusión, para poder derivarse, requiere de ambas premisas. De ahí el por qué representemos la manera como las premisas apoyan a la conclusión a través de flechas llaves.

2.4.3 Tercera estructura

Partamos del siguiente argumento:

El Sr. Pérez está muerto: falleció en 1943 y está enterrado en el Presbítero Maestro.

Como ya sabemos, lo primero que tenemos que hacer es identificar cuántos enunciados tiene el argumento. En este caso, el argumento posee tres enunciados:

> (1)[El Sr. Pérez está muerto.] (2)[falleció en 1943] y (3)[está enterrado en el Presbítero Maestro.]

El siguiente paso es identificar la(s) premisa(s) y la conclusión.

Si sabemos que alguien falleció en 1943, podemos deducir que está muerto; pero si sabemos que está muerto, no podemos deducir qué día o año murió. Por otro lado, si alguien está enterrado en el Presbítero Maestro (el cementerio más antiguo de Lima), es obvio que está muerto; sin embargo, del hecho de que alguien esté muerto no podemos deducir dónde esté sepultado.

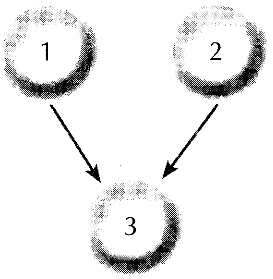
Efectuado este análisis lógico semántico, podemos concluir lo siguiente:

Premisas (P) : «él falleció en 1943»
«está enterrado en el Presbítero Maestro»
Conclusión (C) : «el Sr. Pérez está muerto»

Al igual que en el último caso, aquí tenemos un argumento con dos premisas, por lo que tenemos que analizar si la conclusión depende para su validez de ambas premisas, o si sería suficiente una sola premisa para poder inferirla.

Al igual que en el caso anterior, una vez establecido el modus operandi del argumento, pasamos al quinto paso: representar de manera gráfica su estructura interna. Si alguien está enterrado en algún cementerio, es obvio que está muerto; por otro lado, si alguien falleció en 1943, es también obvio que está muerto.

Así, a diferencia del caso anterior, no se requiere de ambas premisas, sino de una sola. Por ello, ya no usaremos la llave sino flechas individuales.



De este modo, podemos concluir que la tercera estructura se presenta cuando tenemos dos o más premisas y una conclusión, pero, a diferencia de la segunda estructura, la conclusión se deriva de manera directa de cada una de las premisas, con absoluta independencia de las otras.

2.4.4 Cuarta estructura

Analicemos el siguiente argumento:

> «Todos los seres humanos son mortales. Junior es un ser humano. Por tanto, Junior es mortal. Además, se nos ha informado que Junior acaba de morir».

Al igual que en el caso anterior, lo primero que tenemos que hacer es identificar cuántos enunciados tiene. En este caso, el argumento posee cuatro enunciados:

> (1)[Todos los seres humanos son mortales.] (2)[Junior es un ser humano.] Por tanto, (3)[Junior es mortal.] Además, (4)[se nos ha informado que Junior acaba de morir.]

En segundo lugar, tenemos que identificar la(s) premisa(s) y la conclusión. Sabemos que «Junior es mortal» gracias a que tenemos las informaciones de que «todos los seres humanos son mortales», así como «Junior es un ser humano» y «Junior acaba de morir». Además, tenemos la ayuda adicional del término «por tanto», el cual, como hemos aprendido, es un indicador de conclusión.

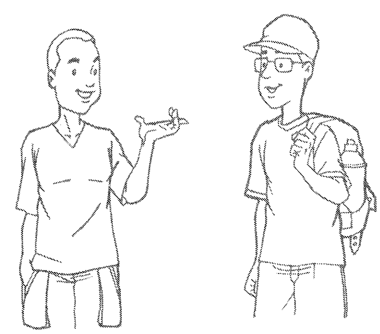
Partiendo de lo anterior, podemos establecer lo siguiente:

Premisas (P) : «todos los seres humanos son mortales»
«Junior es un ser humano»
«Junior acaba de morir»

Conclusión (C) : «Junior es mortal»

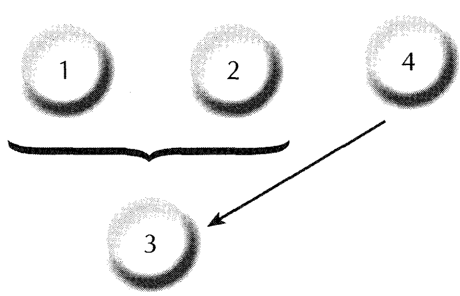
A diferencia del caso anterior, aquí tenemos un argumento con tres premisas. Se requiere analizar si la conclusión depende para su validez de todas las premisas en conjunto, o si sería suficiente una sola premisa para poder inferirla.

Nosotros no podríamos derivar la conclusión «Julián es mortal» si únicamente contáramos con la primera premisa, «todos los hombres son mortales». Tampoco podríamos hacerlo si únicamente contáramos con la segunda premisa, «Julián es un ser humano». Más bien, requerimos de ambas: saber que todos los seres humanos son mortales y que Julián es un ser humano. Ahora bien, una vez conocida la información de ambas premisas, se infiere fácilmente la conclusión: «Julián es mortal».



No obstante, bastaría también únicamente con la información brindada en la tercera premisa, «Julián acaba de morir», para poder inferir la conclusión de que «Julián es mortal», pues únicamente los seres mortales mueren.

Una vez establecido el *modus operandi* del argumento, pasamos al quinto paso: representar de manera gráfica su estructura interna.



De este modo, podemos concluir que la cuarta estructura se presenta cuando tenemos tres o más premisas y una conclusión. Sin embargo, la conclusión puede derivarse de manera directa de por lo menos una de las premisas con absoluta independencia de las otras, y a su vez puede también derivarse de dos o más premisas, pero no todas, actuando en conjunto. De ahí el por qué representemos la manera como las premisas apoyan a la conclusión a través de una flecha independiente por el lado de la premisa de la cual se deriva de manera directa e independiente la conclusión. Pero a su vez, abarcaremos mediante una llave las premisas que en conjunto permiten derivar la conclusión.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Partes de un argumento

Identifique la(s) premisa(s) y la conclusión de cada uno de los siguientes argumentos:

1. El nivel de motivación del empleado determina la cantidad de esfuerzo ejercido en el trabajo. La cantidad de esfuerzo ejercido en el trabajo es uno de los factores que determina la productividad. De ahí que el nivel de motivación del empleado incida en su productividad.

2. Los seres humanos son «hombres» o son «mujeres». Aquel individuo es un ser humano. De ahí que aquel individuo sea «hombre» o «mujer».

3. Uno de los temas ya clásicos en la Inteligencia Artificial (IA) es elaborar programas que ordenen a un computador simular la conducta de un cierto experto. Los obreros calificados son expertos; de ahí que un tema clásico de la Inteligencia Artificial busque crear ordenadores que imiten la conducta de los obreros calificados.

4. Tenemos que invertir en la Bolsa de Valores. Todos nuestros competidores lo han hecho, y nosotros no podemos quedarnos atrás.

5. Destruir un libro es casi como matar a un hombre. Quien mata a un hombre, mata a un ser de razón, imagen de Dios; pero quien destruye un buen libro, mata a la razón misma.

6. Puesto que la lógica es uno de los medios principales que aseguran la disciplina y la integridad intelectuales, si se la aplica apropiadamente sólo puede promover el logro de fines sociales deseables.

7. Una sociedad anónima tiene una existencia jurídica independiente de las personas a las que pertenece en determinado momento. Por ello, una sociedad anónima no desaparece cuando fallece uno de sus dueños (llamados accionistas) o cuando entra uno nuevo.

8. Partiendo de su referente básico, la naturaleza del raciocinio humano, muchos investigadores de la IA encuentran la lógica como demasiado formal y limitada, y perciben que los proce-

sos de razonamiento abarcan un espectro mucho más amplio que el análisis lógico deductivo.

II. Estructura de un argumento

Represente gráficamente la estructura o el esquema de los siguientes argumentos:

1. La libertad no es en realidad tan importante como la protección, ya que el fin de la primera es el mejoramiento y perfeccionamiento de la humanidad, mientras el de la segunda es su conservación y perpetuación.

2. El razonar humano utiliza inferencias que son relevantes para los objetivos que el sujeto se ha trazado. El razonar de las máquinas inteligentes imita el razonar humano, por lo que cualquier razonamiento (por más válido que sea) es irrelevante si no se orienta hacia los objetivos de estos.

3. Puesto que la felicidad consiste en la paz del espíritu, puesto que la paz durable del espíritu depende de la confianza que tengamos en el futuro, y puesto que la confianza se basa en la ciencia que debemos tener acerca de la naturaleza de Dios y el alma, se sigue que la ciencia es necesaria para la verdadera felicidad.

4. La lógica propone inferencias seguras, pero no siempre las útiles para determinados propósitos. Una inferencia apropiada en un dominio puede ser irrelevante en otro.

5. La idea central de la IA es la construcción de programas que ordenen a un computador adecuado que simule lo que normalmente se reconoce como una conducta inteligente. Por tanto, los investigadores en IA, propiamente, no se proponen la construcción de artefactos inteligentes, sino de simuladores de la conducta inteligente.

Capítulo 3
FUNCIONES Y NIVELES DEL LENGUAJE

CAPACIDADES:

1. Reconocer y diferenciar las tres funciones básicas del lenguaje cotidiano.
2. Reconocer y diferenciar los distintos niveles del lenguaje cotidiano.

3.1 Funciones del lenguaje:

El lenguaje es, en término generales, un instrumento que sirve para la comunicación. Como esta comunicación puede trasmitir o comunicar diversos tipos de informaciones, cada uno de estos tipos requiere de una función específica del lenguaje.

En general, se acepta que el lenguaje tiene tres funciones básicas: informativa, directiva y expresiva.

3.1.1 Función informativa

Es aquella que se utiliza cuando lo que se quiere es comunicar datos, noticias y, en general, cualquier tipo de enunciado potencialmente contrastable. Los enunciados formulados en esta función pueden ser verdaderos o falsos. Un caso típico de lenguaje en función informativa es el de los artículos periodísticos.

Ejemplos:

a) José es hermano de María.
b) Llueve.
c) Aquel hombre es un asesino.

3.1.2 Función directiva o imperativa

Es aquella que se utiliza cuando lo que se quiere es comunicar órdenes, indicaciones y, en general, cualquier tipo de directivas. Los enunciados formulados en esta función no son ni verdaderos ni falsos, sino únicamente posibles de cumplir o imposibles de ser cumplidos. Un caso típico de lenguaje en función directiva es el de las ordenanzas.

Ejemplos:

a) Cierra la puerta.
b) Por favor, guarden silencio.
c) ¡Disparen!

3.1.3 Función emotiva o expresiva

Es aquella que se utiliza cuando lo que se quiere es comunicar sentimientos, emociones y, en general, cualquier tipo de contenido emocional o emotivo. Los enunciados formulados en esta función no son ni verdaderos ni falsos, tampoco posibles de cumplir o imposibles de ser cumplidos, sino simplemente son sinceros o insinceros. Un caso típico de lenguaje en función emotiva es el de los poemas.

Ejemplos:

a) Te amo.
b) Por una mirada, un mundo/por una sonrisa, un cielo/ por un beso, no sé qué/ te diera yo por un beso.
c) Te odio con toda mi alma y con todo mi corazón.

3.2 Niveles de lenguaje

Si bien es cierto que el lenguaje es un instrumento que sirve para comunicarse, éste, como hemos visto, tiene diversas funciones. Pero no sólo ello: esta comunicación también puede hacerse aludiendo o bien a objetos, sucesos, hechos, fenómenos, acontecimientos, etc. (primer grupo), o bien al propio lenguaje (segundo grupo).

Ilustremos lo dicho mediante un ejemplo:

a) La inteligencia es la capacidad para resolver problemas.
b) Mi profesor de psicología dice que la inteligencia es la capacidad para resolver problemas.

En el primer enunciado, lo aludido es el fenómeno de la inteligencia, por ello el primer enunciado se encuentra dentro del primer grupo. En el segundo caso, lo aludido no es ya el fenómeno de la inteligencia, sino lo que alguien (en este caso, el profesor de psicología) refiere acerca de ella. Por ello, este enunciado pertenece al segundo grupo.

Al tipo de lenguaje en que están formulados los enunciados del primer grupo lo denominamos «lenguaje objeto» (Lo), mientras al tipo de lenguaje en que están formulados los enunciados del segundo grupo lo denominamos «metalenguaje».

Habría que resaltar que dentro del segundo grupo no se encuentran únicamente enunciados que aluden directamente a otros enunciados que aluden a objetos, sucesos, hechos, fenómenos, etc. (Lo); también hay enunciados que aluden a enunciados que aluden a su vez a otros enunciados que refieren a objetos, sucesos, hechos, fenómenos, etc. (Lo). Por ello, habría al interior de los enunciados formulados en metalenguaje una serie de niveles que irían desde el nivel 1 (L1), o sea, enunciados que refieren a otros enunciados que refieren a objetos, sucesos, hechos, fenómenos, etc. (Lo), pasando por el nivel 2 (L2), o sea, enunciados que refieren a enunciados que refieren a su vez a otros enunciados (L1) que refieren a otros enunciados referidos a objetos, sucesos, hechos, fenómenos, etc. (Lo). Cabe destacar que podemos seguir así de manera indefinida aumentando los niveles de referencialidad.

De manera sintética, podemos ilustrar lo anterior del siguiente modo:

Lo: se refiere a objetos, sucesos, hechos, fenómenos, etc.

L1: se refiere a Lo.

L2: se refiere a L1.

Ln: se refiere a Ln-1.

Sin embargo, en el presente estudio no analizaremos cada uno de estos niveles, sino únicamente hablaremos de «lenguaje objeto» para enunciados del tipo Lo, y de «metalenguaje» para enunciados del tipo L1 y niveles superiores. En ese sentido, a todo enunciado en metalenguaje nos referiremos como Lm (o sea, lenguaje en metalenguaje).

De este modo, enunciados como los siguientes serán calificados como enunciados en lenguaje objeto o lenguaje de nivel cero (Lo):

a) Napoleón fue emperador de Francia.
b) Carlos Bologna fue Ministro de Economía.
c) Adam Smith escribió La Riqueza de las Naciones.
d) Hernando De Soto es un famoso economista peruano.
e) Estoy enamorada de mi pareja.

A su vez, los siguientes enunciados serán calificados como enunciados en metalenguaje (Lm):

a) Según dijo María, la Enciclopedia Británica sostiene que Napoleón fue emperador de Francia.
b) Mi amigo Jorge dice que el Compendio de Historia de Perú de Gustavo Pons Muzzo sostiene que Carlos Bologna fue Ministro de Economía.
c) Mi profesor de Historia del Pensamiento Económico dijo ayer que Adam Smith escribió La Riqueza de las Naciones.
d) Pedro dice que Hernando De Soto es un famoso economista peruano.
e) Janet me dijo que María le había dicho dijo que ella estaba enamorada de su pareja.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Funciones del lenguaje

Identifique en cuál de las tres funciones del lenguaje está expresados los siguientes enunciados:

1. ¡Cuidado, nos deslizamos por la peligrosa pendiente de la barbarie! Si no hay respeto a las normas de vida civilizada y a los demás, si no hay valores éticos, entonces la vida civilizada será imposible.

2. En la remota antigüedad no se encuentran rasgos de adulación. No la usaban Hesíodo ni Homero. No dirigían sus cantos a ningún griego que desempeñara altas dignidades ni a su esposa, así como Thompson dedica cada canto de su poema Las estaciones a alguna persona rica.

3. En los primeros siglos del cristianismo, ordinariamente no se daba el bautismo a los recién nacidos. El ejemplo que dio el emperador Constantino es una prueba de lo que estamos diciendo: lo recibió estando en agonía. San Ambrosio no había recibido el bautismo cuando lo nombraron obispo de Milán.

4. Piensa: prolongar tus expectativas de vida y proteger tu salud está en tus manos. No fumes, no abuses del licor ni ingieras algún otro tipo de sustancias tóxicas. Más adelante, cuando veas sufrir a los demás a causa de sus excesos, te alegrarás de haber tomado a tiempo una sabia decisión.

5. Aunque usted no lo crea, yo sé lo que vi. Había un dinosaurio muy grande sumergiéndose en el lago.

6. En realidad, durante toda mi vida no he hecho otra cosa que tratar de comprender los actos humanos.

7. *Si pudiera leer lo que hay en su corazón, mis angustias por ella* serían menores.

II. Niveles de lenguaje

Señale cuál de los enunciados está formulado en lenguaje objeto (Lo) y cuál en metalenguaje (Lm):

1. Napoleón fue derrotado en Waterloo.

2. Mi profesor de economía nos dijo que el núcleo de toda teoría económica es la Teoría del Valor.

3. Bisílaba es toda aquella palabra que tiene dos sílabas.

4. Bisílaba no es bisílaba.

5. Es falso que «mar» lleve acento.

6. Es falso que «mar» lleve acento, es verdadero.

7. La alumna Violeta Vélez dijo «hasta el próximo semestre, compañeros».

8. Jesucristo es el nombre del salvador de la humanidad, expresó el sacerdote en la iglesia.

9. «Es verdadero que los cuerpos son pesados», dijo el profesor de física, y luego añadió: «todo cuerpo ocupa un lugar en el espacio».

10. La palabra «peste» acaba de ser pronunciada por primera vez.

11. Usaremos el término «alumno» o «alumna» para referirnos a los asistentes a clase.

12. Según Adam Smith, David Ricardo y Karl Marx, el valor de una mercancía depende de la cantidad de fuerza de trabajo invertida en su producción.

13. Euclides fue el autor de los Elementos.

14. El Compendio de Historia del Perú de Gustavo Pons Muzzo dice que el Mariscal Ramón Castilla fue el primer gobernante en mandar a elaborar un Presupuesto Nacional, con el fin de racionalizar el gasto estatal.

15. El inglés Bertrand Russel fue, junto con su paisano Alfred Whitehead y el italiano Peano, el iniciador de la moderna lógica simbólica.

16. El primero en hablar de «paradigmas» fue Platón, según mi profesor. Además, él sostiene que a diferencia de lo que ahora entendemos por «paradigmas», para Platón eran modelos eternos e independientes de la realidad concreta.

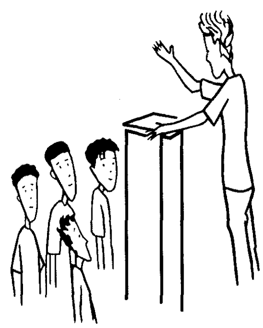
17. Cristo habría nacido el año 4 antes de nuestra era, y no el año cero, como normalmente se cree.

Capítulo 4
FALACIAS

4.1 Definición

CAPACIDAD:
Reconocer y diferenciar tipos de razonamientos falaces.

Las falacias son enunciados o razonamientos lógicamente inválidos, pero psicológicamente convincentes, pues no sólo aparentan ser claros, sino que parecen tener cierta fuerza lógica.



4.2 Clasificación

Las falacias se clasifican en dos grandes familias: falacias formales y falacias no formales.

4.2.1 Falacias formales

Las falacias formales están referidas a las leyes de la lógica formal y constituyen fórmulas o esquemas de fórmulas aparentemente correctos, pero sobre los cuales un análisis lógico formal demuestra su invalidez.

4.2.1.1 Falacia de afirmación del consecuente

Esta falacia se comete debido a un error de razonamiento aplicado a una relación formal de condicionalidad. Consiste en lo siguiente: se piensa que si se da A, se da B; por lo tanto, si se da B es porque se dio A. Un caso en lenguaje natural nos aclarará mejor esto:

Si estudio, entonces apruebo
<u>Aprobé</u>

∴ Estudié

Desde un punto de vista formal, esta falacia tiene la siguiente estructura genérica:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{B \quad\quad} \\ \therefore\ A \end{array}$$

El meollo de la falacia radica en lo siguiente: en una relación condicional, como lo es la primera premisa, podemos inferir que si se da el antecedente o causa, deberá de darse necesariamente el consecuente o efecto, pero si se da el consecuente o efecto, no debe darse necesariamente la causa. Un ejemplo en lenguaje natural aclarará mejor lo dicho hasta ahora. Sea el siguiente caso:

Si salto el acantilado, me fracturo las piernas
<u>Me fracturé las piernas</u>
∴ Salté del acantilado

Como vemos, es claro que este razonamiento es falaz, ya que hay un sinnúmero de modos en que uno puede fracturarse las piernas.

4.2.1.2 Falacia de negación del antecedente

Al igual que en el caso anterior, esta falacia se comete debido a un error de razonamiento aplicado a una relación formal de condicionalidad. Consiste en lo siguiente: se piensa que si se da A, se da B; por lo tanto, si no se da A, consecuentemente no se debe dar B. Un caso en lenguaje natural nos aclarará mejor esto:

Si corro, entonces aumenta ni resistencia
<u>No corrí</u>
∴ No aumentó mi resistencia

Desde un punto de vista formal, esta falacia tiene la siguiente estructura genérica:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{\sim A \quad\quad} \\ \therefore \sim B \end{array}$$

El punto esencial de la falacia está en lo siguiente: en una relación condicional, como lo es la primera premisa, podemos inferir que si se da el antecedente o la causa, deberá de darse necesariamente el consecuente o efecto. Pero de no darse el antecedente o la causa, no se seguirá que no deba darse necesariamente el efecto, pues dicho efecto podría tener otra causa. Un ejemplo en lenguaje natural aclarará mejor lo dicho hasta ahora. Sea el siguiente caso:

Si voy al gimnasio, entonces mejoraré mi condición física
No voy al gimnasio
∴ No mejoraré mi condición física

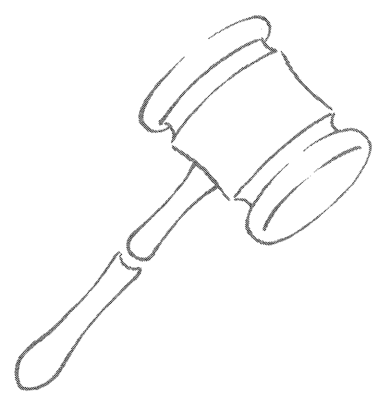
Como vemos, es claro que este razonamiento es falaz, ya que hay un sinnúmero de modos en que uno puede mejorar su condición física sin ir al gimnasio (por ejemplo, nadando, saliendo a trotar a la calle, paseando en bicicleta, etc.).

4.2.2 Falacias no formales

Como su nombre lo indica, son errores de razonamiento que se producen en un contexto no formalizado, esto es, en razonamientos cotidianos formulados en lenguaje natural. Están referidas a un uso inadecuado del lenguaje natural para sustentar argumentos o razonamientos.

Las falacias no formales se dividen a su vez en dos grupos: falacias de atenencia y falacias de ambigüedad.

4.2.2.1 Falacias de atinencia



Las falacias son de atinencia cuando las premisas que se presentan no son atinentes para sustentar la conclusión que se sostiene. Esto es, las premisas son inapropiadas.

a. **Accidente.** Se comete esta falacia cuando aplicamos una regla general a un caso particular, al cual, por motivos de excepción o «accidentales» no es pertinente aplicar dicha regla. Por ejemplo:

   Como es un delito tomar aquello que no es nuestro, y la policía al intervenir a delincuentes no sólo los reduce, sino que toma las armas que estos llevan, la policía está tomando algo que no es suyo; luego, los policías están cometiendo un delito.

b. **Accidente inverso.** Llamada también «generalización apresurada», consiste en generalizar cierta regla, comportamiento o conclusión no sobre la base de casos típicos, sino sobre la base de casos excepcionales. Por ejemplo:

   El abogado, al preparar la defensa de sus clientes, puede hacer libremente uso de los códigos y reglamentos existentes, al tiempo que puede consultar a otros colegas suyos. El médico, al estudiar una enfermedad, puede valerse de sus libros y hacer consulta a otros colegas. Por tanto, los estudiantes al dar un examen deben tener acceso libre a la información y poder consultar libremente unos con otros.

c. **Apelación a la fuerza** (*argumentum ad baculum*). Consiste en el uso de la fuerza o la amenaza de fuerza para fundamentar una tesis o una conclusión. Por ejemplo:

❖ Hoy no seré arquero. Después de todo, es mi pelota.

❖ La empresa requiere únicamente de personal que llegue puntualmente, e incluso, si puede, antes. De manera que, señor X, le rogamos no volver a llegar tarde.

En el primer ejemplo, se comete la falacia de apelación a la fuerza debido a que la persona fundamenta el hecho de no ser arquero recordándole a sus compañeros de juego que él es el dueño de la pelota (instrumento del juego), por lo que si no aceptan lo que él les plantea, se irá con su pelota a otro lado.

En el segundo caso, se fundamenta el pedido de no volver a llegar tarde con una amenaza velada. Si el señor X vuelve a llegar tarde, posiblemente será despedido.

d. **Argumento contra el hombre** (*argumentum ad hominem*). Esta falacia se comete cuando se ataca a la persona y no a lo que sostiene o piensa. Tiene dos variantes: ad hominem ofensivo y ad hominem circunstancial.

En el *ofensivo*, se ataca directamente a la persona. Por ejemplo:

Las tesis económicas que el Ministro de Economía sostiene son mentira, porque es un neoliberal, y los neoliberales son unos rateros y mentirosos.

Se comete la falacia del argumento contra el hombre porque en vez refutar las tesis económicas del ministro mediante argumentos económicos, se las intenta refutar atacándolo y calumniándolo.

En el *ad hominem circunstancial* se aprovecha la coyuntura para sembrar dudas sobre algún sujeto. Por ejemplo:

Como el Primer Vicepresidente del Perú, el Vicealmirante Giampietri, es amigo de uno de los «chuponeadores», tanto él como el gobierno en su conjunto deben ser investigados, ya que de seguro están involucrados en esta práctica ilegal.

e. **Argumento por la ignorancia** (*argumentum ad ignorantiam*). Esta falacia se comete cuando se alude que una proposición o tesis debe ser verdadera, ya que no se ha demostrado su falsedad. O bien, en que debe ser falsa, ya que hasta el momento no se ha demostrado su verdad. Ejemplos:

❖ La mejor prueba de que Dios existe es que hasta ahora nadie ha podido demostrar que Dios no existe.

Se comete aquí la falacia del argumentum ad ignorantiam debido a que del hecho de no haberse podido probar la inexistencia de Dios, se establece la existencia de éste.

❖ Si bien no hemos podido probar que la empresa ha defraudado al fisco, hasta ahora la empresa tampoco ha podido demostrar de manera concluyente que no lo ha hecho. Por lo tanto, la empresa es culpable de defraudación al fisco.

Aquí se comete la falacia del argumento por ignorancia debido a que pese a no haber podido probarse que ellos han cometido fraude fiscal, del hecho de no haber demostrado la empresa el no haberlo cometido se está concluyendo que sí lo ha cometido.

f. **Argumento por la misericordia** (*argumentum ad misericordiam*). Esta falacia se comete cuando para lograr que se acepte una tesis o conclusión determinada se realiza un llamado a la piedad. O sea, se alude a razones «piadosas». Ejemplos:

❖ Señor, mi esposo merece ese aumento porque con lo que usted le paga, apenas si nos alcanza para alimentar a nuestros cuatro hijos, por no hablar de los gastos de vivienda y servicios básicos. Además, nuestro hijo más pequeño, Luisito, quien sólo tiene tres añitos, necesita de una operación.

Se considera que en este argumento se alude al argumento por la misericordia, ya que todas las razones dadas para demostrar que el esposo merece ese aumento están basadas única y exclusivamente en lo necesitados de dinero que están. Lo lógico sería más bien demostrar que el esposo es un buen trabajador, que con su esfuerzo contribuye a la productividad y buena marcha de la empresa, y que por lo tanto merece que se le aumente el sueldo.

❖ Señores pasajeros, damas y caballeros, tengan ustedes muy buenas y cordiales tardes. Yo soy un joven estudiante y a la vez trabajador, que por esas cosas de la vida se encuentra desempleado. Por esta razón me veo obligado a subir a este vehículo a vender caramelos, para así poder llevar un tarro de leche o una pieza de pan a mi hogar. Por favor ayúdame, no me des la espalda y más bien levántame la moral comprándome estas golosinas a diez céntimos la unidad. Gracias.

Nuevamente, aquí se comete la falacia del argumentum ad misericordiam, pues se alude únicamente a razones piadosas para convencernos, en este caso, de comprar caramelos. Lo lógico sería convencer a la gente que quiere o desea consumir caramelos, y a la vez demostrarle que los que vende tienen la mejor relación calidad-precio.

g. **Apelación al pueblo** (*argumentum ad populum*). Esta falacia se comete cuando se apela a las pasiones y al entusiasmo de la multitud con el fin de ganar su asentimiento para la aceptación de alguna tesis o argumento. Una variante de esta falacia consiste en sostener que una tesis o conclusión debe ser aceptada porque «todo el mundo» o «la gran mayoría» la acepta. Por ejemplo:

❖ Tome «Inca Kola», la única bebida de sabor nacional.

Aquí se hace uso de la apelación al pueblo, pues se está aludiendo a los sentimientos patrióticos de los peruanos para que se sientan motivados a consumir dicha bebida gaseosa.

❖ Coca-Cola es la mejor bebida gaseosa del mundo, pues es la más consumida en un nivel global.

Aquí tenemos un caso patente de la otra variante del argumentum ad populum, pues se intenta demostrar que Coca-Cola es la mejor bebida gaseosa porque es la más consumida. Lo lógico sería realizar análisis detallados de la composición química de cada una de las bebidas gaseosas existentes en el mercado y luego comparar estos resultados. Sólo después de ello se podría decidir cuál de todas es la mejor.

h. **Apelación inapropiada a la autoridad** (*argumentum ad verecundiam*). Se comete esta falacia cuando se apela a autoridades de un campo determinado para sustentar tesis o reforzar conclusiones de un campo distinto al de la competencia de las autoridades citadas.

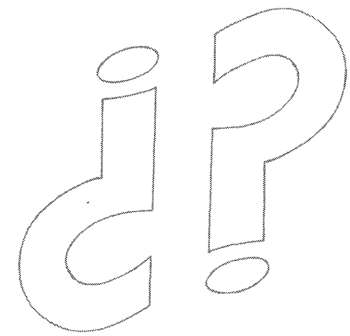
❖ El divorcio civil es jurídicamente improcedente. La mejor prueba es la condena de este por parte de Ezequiel Ataucusi.

En este ejemplo, se comete la falacia de la apelación inapropiada a la autoridad debido a que Ataucusi era una autoridad religiosa y no una autoridad jurídica. Sin embargo, la tesis en cuyo apoyo es citado es una tesis jurídica.

❖ El ser humano es un ser biológicamente egoísta. La mejor prueba es que Adam Smith considera que el egoísmo es el móvil social y económico del hombre.

Nuevamente se comete la falacia del argumentum ad verecundiam, debido a que para sustentar una tesis biológica se acude a una autoridad fuera del campo de la competencia. En este caso, a Adam Smith, un economista del siglo XVIII.

i. **Pregunta compleja**. Se comete esta falacia cuando la pregunta que se formula supone que ya anteriormente el interlocutor ha respondido a una pregunta, aunque en realidad esta no ha sido formulada. Por ejemplo:



- ❖ ¿En qué aspecto de su actual política económica cree usted que falla en gobierno?

Aquí se comete la falacia de pregunta compleja porque se está suponiendo en la pregunta inicial que existen fallos en la actual política económica del gobierno. Lo lógico sería preguntarle al interlocutor, primero, si él considera que la actual política económica del gobierno tiene fallos, y sólo si él respondiera que sí, entonces le podríamos plantear la pregunta en cuestión.

- ❖ ¿Está usted de acuerdo con la política económica liberal y la prosperidad? Responda sí o no.

En ese caso, la falacia de pregunta compleja se comete porque la persona que interroga está dando por sentado que liberalismo y prosperidad van de la mano. O sea, está suponiendo que el interlocutor ha hecho también previamente esta identificación.

j. **Petición de principio** (*petitio principii*). Consiste en tomar como premisa de un razonamiento la misma conclusión que se quiere probar. En otras palabras, esta falacia se comete cuando se da por sentado aquello que se quiere demostrar.

- ❖ Como sabemos, Dios es el ser más perfecto que puede ser pensado. Pero si únicamente existiera en nuestro pensamiento, le faltaría algo para ser perfecto: el existir fuera de nuestro pensamiento. Por lo tanto, Dios debe existir.

Este razonamiento (inspirado en la famosa Prueba Ontológica de la Existencia de Dios usada por San Anselmo en el siglo XI) comete la falacia de petición de principio, pues parte de que el ateo acepta por lo menos la existencia de Dios en la propia mente, cuando es justamente eso, la existencia de Dios, sea en la mente o fuera de ella, lo que hay que demostrar al ateo, pues éste no cree en la existencia de Dios (se incluye la existencia mental).

k. **Círculo vicioso** (*círculo in probando*). Consiste en sostener la validez de la conclusión aludiendo a la validez de la premisa y, a su vez, la validez de la premisa aludiendo a la validez de la conclusión. Ejemplo:

- ❖ La mejor prueba de que los seres humanos son mortales es que Sócrates, un ser humano, ha fallecido. A su vez, la mejor prueba de que Sócrates, un ser humano, ha fallecido, es que los seres humanos son mortales.

Aquí se comete la falacia de círculo vicioso, pues se da por sentado que la mejor prueba de que los seres humanos son mortales es la mortalidad de uno de estos seres. Pero a su vez, se quiere demostrar la mortalidad de estos seres aludiendo a la mortalidad de los seres humanos: argumento circular, pues vuelve al inicio.

Lo lógico sería sostener que se sabe que Sócrates es mortal porque ha habido un certificado de defunción, testimonios de amigos, conocidos, familiares o parientes al respecto, etc.

Una variante de esta falacia es definir una noción A aludiendo a una noción B, y a su vez definir esta noción B aludiendo a la noción inicial A. Ejemplo:

❖ Un «paradigma» es aquello en lo que cree una «comunidad científica», y una «comunidad científica» es el conjunto de personas que creen en un paradigma.

En ese caso, se comete la falacia del círculo in probando, porque se define un término («paradigma») aludiendo a otro término («comunidad científica»), pero a su vez se define este último término aludiendo al primero. Nuevamente, la estructura circular.

Lo lógico sería definir «paradigma» en término de «comunidad científica», y «comunidad científica» en términos distintos al de «paradigma».

1. **Causa falsa** (*non causa pro causa*). Consiste en tomar como causa de un suceso, fenómeno, acontecimiento, hecho, etc., otro suceso, fenómeno, acontecimiento, hecho, etc. que no es realmente su causa, únicamente sobre el supuesto de que el último precedió al primero. Ejemplo:

❖ Hoy tuve un día pésimo. Todo comenzó cuando me caí de la cama. Esa fue la causa de todas mis desgracias, ya que fue lo primero que hice.

Aquí se comete la falacia de causa falsa porque se asume que la causa de haber tenido un mal día es el primer acontecimiento negativo que sucedió ese día (la caída de la cama), bajo el supuesto de que como ese fue el primer hecho «desgraciado» del día, debe ser el causante de todos los otros hechos.

Lo lógico sería aquí buscar determinar de manera detallada cada uno de los acontecimientos negativos del día, así como el contexto en que estos sucedieron, para poder así determinar de manera racionalmente válida las verdaderas causas de estos acontecimientos infaustos del día.

❖ La razón por la que el juez sentenció en mi contra injustamente fue que el día anterior me crucé con un gato negro.

Nuevamente, tenemos aquí un caso de non causa pro causa, debido a que se alude como causa de la sentencia negativa el haberse cruzado con un gato negro, simplemente porque este hecho poco común aconteció un día antes de que el juez dictaminara la sentencia.

Lo lógico en este caso sería buscar razones jurídicas, tanto en lo concerniente a las leyes y normas (marco legal) como a las «pruebas» o documentos proporcionados al juez, y sobre los cuales este debió haber basado su sentencia.

4.2.2.2 Falacias de ambigüedad

Las falacias son de ambigüedad cuando el significado de los términos va variando de manera sutil a media que avanza el razonamiento. O simplemente, el significado de los términos utilizados no es unívoco, sino que está abierto a múltiples interpretaciones.

a. **El equívoco.** Esta falacia se comete cuando se utiliza un mismo término con dos significados distintos dentro de un mismo contexto. De este modo, el significado es mal interpretado llevando a establecer puntos de vistas distintos a los originales. Por ejemplo:

❖ A: Me puse la camisa de «cuadritos».
B: Qué pena, «cuadritos» se quedó sin camisa.

En este caso, la falacia de equívoco se comete debido a que el interlocutor A entiende «cuadritos» como rayas cuadrangulares, mientras el interlocutor B entiende «cuadritos» como el apelativo de una persona.

❖ Todo lo que está consumado está acabado. El jefe me ha dicho que Miguel es un contador consumado. Por lo tanto, Miguel está acabado como contador.

Aquí, la falacia se comete porque se entiende el término «consumado» de dos maneras diferentes: en la primera frase se refiere a «finiquitado» o «finalizado», y en la segunda a «experto». El no distinguir entre ambos significados lleva a la conclusión paradójica expresada en la tercera frase.

b. **Anfibología.** Esta falacia consiste en expresarse de manera vaga o poco rigurosa, hasta tal punto que una frase pueda interpretarse de diversas maneras sin que dentro de la propia frase haya manera de determinar cuál es la interpretación correcta.

❖ El asno de Gilberto quebró el manzano.

En esta frase se está cometiendo la falacia de anfibología, pues no se puede determinar únicamente a través de la frase si lo que se quiere decir es que Gilberto es dueño de un asno que quebró el manzano, o si Gilberto es un asno por haber quebrado el manzano.

❖ Se cuenta que Creso, rey de Libia, fue al oráculo de Delfos para que éste le dijera si la guerra que planeaba efectuar contra Persia sería o no exitosa. El oráculo respondió que si él hacía la guerra a Persia, un gran reino caería. Creso, creyendo que esto predecía su victoria, se embarcó en el proyecto bélico. Luego de ser derrotado y haber logrado escapar a la muerte, envió una queja formal a Delfos. Este santuario respondió que Creso no tenía por qué quejarse, pues el oráculo había dicho que si él emprendía una campaña contra Persia, un gran reino caería, lo que efectivamente había sucedido.

En este caso, se comete la falacia de anfibología porque la predicción del oráculo «si Creso hace la guerra a Persia, un gran reino caerá» puede ser interpretada de dos modos distintos por lo menos: bien como un triunfo de Creso sobre los persas, bien como un triunfo de los persas sobre Creso. Sin embargo, en ese contexto no hay medio de saber cuál de las dos interpretaciones es adecuada, tal como lo experimentó en carne propia el propio Creso.

c. **El énfasis.** Esta falacia se comete cuando el resaltar o enfatizar alguna palabra o frase dentro de un contexto más amplio puede interpretarse de manera distinta a la intención de lo que se está efectivamente diciendo. Por ejemplo:

❖ No debemos hablar mal de nuestros amigos.

Si esto se interpreta en el sentido de que es malo hablar mal de nuestras amistades, es correcto. Pero si se interpreta en el sentido de que podemos hablar mal de aquellos que no son nuestros amigos, entonces se comete la falacia de énfasis.

Una variante de esta falacia consiste en resaltar a propósito algún aspecto parcial de una información más amplia, con el fin de confundir o ganar el interés del lector o el oyente. Esta variante es usada profusamente en los diarios (especialmente los llamados diarios «chicha»), así como en medios de comunicación radial y televisiva. Por ejemplo:

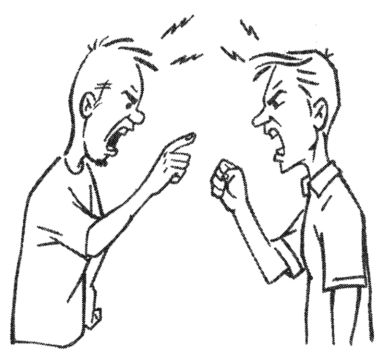
- PELÉ COJO. El astro del fútbol protagonizará una película en la que encarna a un jugador de fútbol con una pierna artificial.

El hecho de resaltar únicamente la cojera de Pelé puede llevar al lector a pensar que, en efecto, el otrora «Rey del Fútbol» ha perdido una pierna.

d. **La composición.** Se comete esta falacia cuando en nuestro razonamiento transferimos al todo alguna propiedad que es exclusiva de una parte o de las partes. Ejemplos:

- Como cada una de las piezas del motor es ligera, se concluye que el motor es ligero.

Aquí, la falacia radica en que la propiedad de «ligereza» es exclusiva de cada una de las piezas considerada individualmente. Pero consideradas todas en conjunto, como están en el motor, el resultado ya no puede ser que sea ligero, sino todo lo contrario.



- Como el alumno Cristobalín estudia en el Segundo A y tiene promedio aprobatorio, todos los alumnos del Segundo A tienen promedio aprobatorio.

Nuevamente, estamos trasladando la propiedad de una parte (en este caso, el promedio de Cristobalín) al todo.

e. **La descomposición.** Es la contraria de la falacia anterior, pues consiste en trasladar a las partes una característica o propiedad exclusiva del todo. Ejemplo:

- Como el aula tiene un promedio ponderado de 15,8 entonces Julito, que pertenece a dicha aula, tiene un ponderado de 15,8.

Aquí la falacia se comete porque el ponderado de 15,8 es una propiedad del todo, y no de cada uno de sus componentes (Julito incluido).

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Falacias no formales

Señale cuál falacia se comete en cada uno de los siguientes enunciados:

1. Si la temperatura está bajo cero, el agua se congela. Ocurre que el agua se congela, por lo tanto, la temperatura está bajo cero.

2. Si tienes problemas de presión, entonces a más de 3,000 metros sobre el nivel del mar te dará soroche. Ocurre que no tienes problemas de presión. En consecuencia, a más de 3,000 metros sobre el nivel del mar no te dará soroche.

3. Es falso que Elisa critique al Poder Ejecutivo y al Congreso de la República. En consecuencia, Elisa no criticó al Poder Ejecutivo ni al Congreso de la República.

4. Si existen los ovnis, entonces hay vida extraterrestre. Si hay vida extraterrestre, entonces hay seres inteligentes fuera del planeta Tierra. De ahí que si hay seres inteligentes fuera del planeta Tierra, entonces existen ovnis.

5. Todas las mujeres son racionales. El expresidente Bill Clinton es racional. Por lo tanto, el expresidente Bill Cliton es mujer.

6. Es cierto que no hemos podido demostrar que el acusado es culpable. Sin embargo, es también cierto que este no ha demostrado que es inocente. Concluyo, pues, que el acusado debe ser culpable.

7. Está bien, señor juez, acepto que maté a mis padres. Pero por favor, no me condenen a cadena perpetua. Pido clemencia, ya que soy huérfano.

8. La única que sabía que me iban a ascender era María. Lo más probable es que ella haya tenido envidia de eso, y debido a esa causa finalmente no me ascendieron.

9. Yo no quise robar, pero las circunstancias me empujaron a ello: tengo mi madre enferma, cinco hijos que atender y a mi esposa embarazada. El sueldo que ganaba apenas si alcanzaba para comer, ¿qué otra cosa podría haber hecho?

10. Las teorías económicas de Marx son falsas, pues Marx era marxista y los marxistas son retrógrados, fanáticos y obnubilados.

11. — Dígame, asesino en serie: ¿por qué mató a la señorita Z?
— Yo no maté a la señorita Z.
— Está bien, al menos acepta que es un asesino en serie.

12. Compañeros, no queda otra cosa sino la guerra. La sangre de nuestros héroes la reclama, el honor de nuestro país lo exige.

13. Von Mises (padre del neoliberalismo económico) ha sido el mejor de los economistas de toda la historia. Espero que recuerden eso, alumnos, y lo pongan por escrito en su examen. Les recuerdo que yo leo atentamente las respuestas de cada uno de ustedes.

14. La periquita de María alertó sobre los ladrones.

15. MARADONA MUERE DE SOBREDOSIS. El popular exfutbolista representará en un comercial televisivo a un consumidor de drogas que fallece a causa del consumo de dicha sustancias.

16. Como un año no es nada y ni hijo cumple mañana un año, entonces mi hijo no cumplirá nada.

17. El asno de Gracián se comió todas las zanahorias.

18. El capitán ordenó que bajaran las velas, por eso llevé el candelabro bajo cubierta.

PRIMERA AUTOEVALUACIÓN

I. Identifique las premisas y la conclusión de los siguientes enunciados (1 pto. c/u):

1. Al parecer, la fallecida nunca fue adinerada, ya que en ningún momento fue una mujer que hizo derroche de dinero y a su muerte dejó un patrimonio pequeño.
2. Ya que el hombre es esencialmente un ser social, la constante reaparición de la guerra en la historia de la humanidad debe tener su explicación en la estructura social del ser humano.
3. Creo no haber aprobado el examen de admisión. Ya que en la totalidad de las escasas veces que he dado un examen de admisión nunca he aprobado cuando creía haberlo hecho, y yo de verdad creo haberlo aprobado.
4. La mayoría de los profesionales egresados de universidades públicas tiene mayor dificultad para conseguir trabajo en comparación con los egresados de las universidades privadas. Como Pedro es egresado de una universidad pública, él tendrá mayores dificultades que Micaela para conseguir trabajo, ya que Micaela es egresada de una universidad privada.

II. Esquematice la estructura de las cuatro inferencias anteriores (2 ptos. c/u)

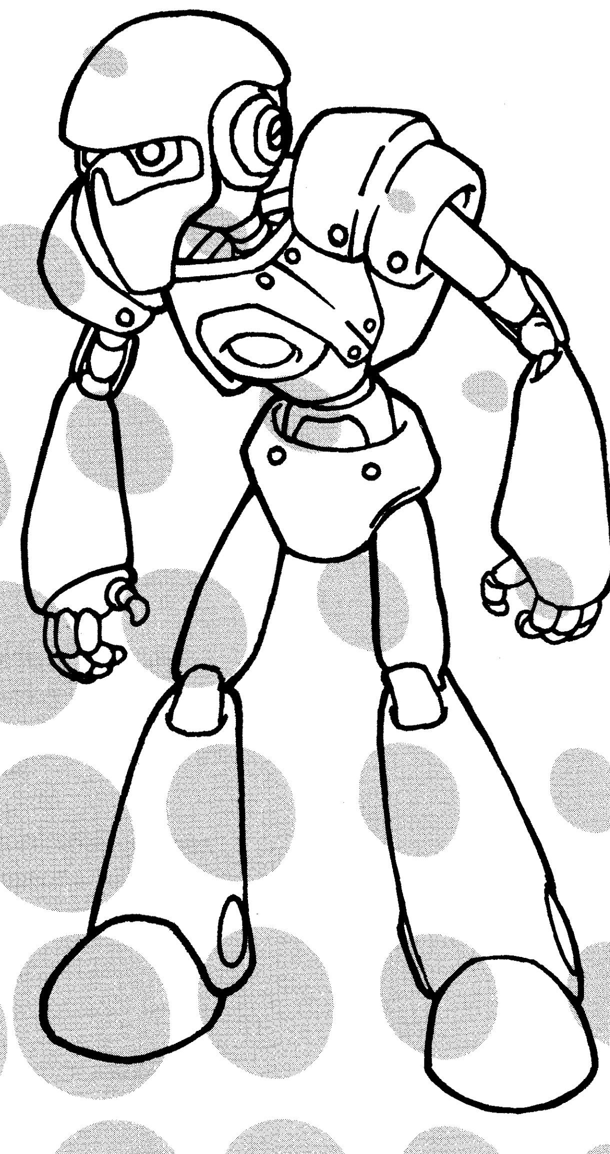
III. Identifique la falacia que se está cometiendo en cada uno de los siguientes enunciados (2 ptos. c/u):

1. Señoras y señores, padres y madres de familia. Disculpen la manera tan abrupta como he subido al vehículo, pero acabo de salir del penal de Sarita Colonia y me encuentro en la calle. No soy de acá, soy de Ica, y por ello no tengo a nadie que me ayude. Estoy desempleado, no tengo dinero y tengo hambre. Yo antes era ladrón, hacía daño a los demás, era malo con la gente. Por favor, ayúdame comprándome estos caramelos, no quiero verme forzado a volver a robarte, a hacerte daño.
2. Pero claro que Papá Noel existe, Pablito, pero sólo trae regalos a los niños que creen en él.
3. Como todo aquello que está consumado está acabado, y Carlita es una secretaria consumada, concluimos que Carlita está acabada como secretaria.

IV. Construya un enunciado en el que se cometa una falacia no formal (2 ptos.)

UNIDAD II

Lógica proposicional



Capítulo 5
LA PROPOSICIÓN

5.1 Definición

COMPETENCIA:

Conocer y aplicar el marco conceptual de la lógica proposicional.

CAPACIDAD:

Conocer la naturaleza de la proposición lógica.

Una proposición es cualquier enunciado que puede ser verdadero o falso. Con este término designamos a *toda expresión lingüística susceptible de ser calificada de verdadera o falsa.*[6]

Ejemplos de proposición:

2 + 2 = 4.

3 + 3 = 9.

Hoy es lunes.

Estoy en Estados Unidos.

Toledo fue un inca.

Napoleón asumió el poder el 18 de Brumario.

Las preguntas, las órdenes y los nombres propios, en cambio, no son proposiciones, ya que de ninguno de ellos puede decirse que sean verdaderos o falsos.

Las preguntas pueden ser adecuadas o inadecuadas. Por ejemplo, si le pregunto a una maestra qué se siente enseñar, estamos frente a una pregunta adecuada. En cambio, si le pregunto a la misma persona qué se siente ser una ave de presa, la pregunta resulta inadecuada.

En cuanto a las órdenes, hemos visto ya anteriormente que son enunciados en función directiva, y que por lo tanto no pueden ser verdaderas ni falsas.

6. Trelles Montero, Oscar (y) Rosales Papa, Diógenes: *Introducción a la Lógica.* Lima, PUCP, 2000, p.20.

El rubro que quizás lleva a confusión es el de los nombres propios. Puede pensarse que si yo digo «Él es Juan», este enunciado puede ser verdadero o falso. Sin embargo, una cosa es decir que alguien es Juan y otra enunciar únicamente el nombre.

Como los nombres propios no pueden ser proposiciones, tampoco las llamadas *descripciones definidas* pueden serlo. Una descripción definida es un conjunto de signos que reemplazan a un nombre propio por alguna característica única o especial del sujeto designado por dicho nombre propio.

Por ejemplo:

- En vez de decir «José Faustino Sánchez Carrión», decimos «El solitario de Sayán».
- En lugar de decir «Carlos, Príncipe de Gales», sostenemos «el hijo mayor de la reina Isabell II de Inglaterra».

Sí son proposiciones, en cambio, los enunciados elípticos o abreviados.

Por ejemplo:

- En vez de decir «hay fuego», decimos «fuego» o «¡fuego!»
- En lugar de decir «va a nevar», decimos: «nevará».
- En vez de decir «está lloviendo», sostenemos «llueve».

Puesto que indican que algo está sucediendo o sucederá, los enunciados expresados en modo de expresiones elípticas pueden ser verdaderos o falsos, pues son susceptibles de contrastación. Por tanto, son proposiciones.

5.2 Clasificación

5.2.1 Proposiciones simples

Llamadas también «atómicas», son aquellas que no tienen tipo alguno de unión o conectiva, y tampoco están negadas.

Una unión o conectiva son términos de enlace que, en el lenguaje común, sirven para unir dos o más oraciones y, en este caso, para unir dos o más proposiciones, o para negar una proposición. Son términos tales como «y», «pero», «entonces», «luego», «no», «no es el caso en que», etc.

Ejemplos:

Hoy es lunes.

Tengo 28 años.

Soy peruano.

2 = 40

= (2 x 5)

5.2.2 Proposiciones compuestas

Llamadas también «complejas» o «moleculares», son resultado de la unión de dos o más proposiciones atómicas o la negación de una de ellas.

Ejemplos:

- Julián está jugando y María está cocinando.
- No es el caso que aquél señor sea mi padre.
- Aplicamos una política económica neoliberal ortodoxa o aplicamos una política económica mixta.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Identificación de proposiciones

Escriba en el paréntesis una «S» si es una proposición y una «N» si no es una proposición.

1. El V Postulado de Euclides ( )
2. Lima es capital de Ecuador ( )
3. El número nueve aleteó ( )
4. $x + 3 = 3x$ ( )
5. $8 + 10 = 20$ ( )
6. El autor de «El mundo es ancho y ajeno» ( )
7. La mujer de César es honesta ( )
8. La mujer de César debe ser honesta ( )
9. Ama a tu prójimo como a ti mismo ( )
10. Los perros son animales domesticables ( )
11. Existe al menos un habitante en la Luna ( )
12. El hijo de Carlos V ( )
13. El cuadrado de cuatro ( )
14. El hombre que escribió «El Capital» nació el 5 de mayo de 1818 ( )
15. ¿Qué está pasando en el África? ( )
16. ¿Por qué hay tanta explotación en el mundo? ( )
17. Las águilas de América del Norte son carnívoras ( )
18. Los elefantes son animales livianos ( )
19. Los vendedores de armas son despiadados ( )
20. ¿Cuál es la identidad de Amarilis? ( )
21. La geometría de Riemann es para un espacio específico ( )
22. El creador de la Teoría de la Relatividad era pacifista ( )
23. Los guionistas de la película «El Padrino» ( )
24. La raíz cuadrada de 9 es un número par ( )
25. 3+3 ( )

II. Distinción entre proposiciones atómicas y proposiciones moleculares.

1. Señale cuál de los siguientes enunciados son proposiciones simples y cuáles son proposiciones compuestas:

2. Constantinopla fue la capital del Imperio Bizantino.

3. Manco Cápac fundó el Imperio de los Incas.

4. El centro del sistema planetario solar no es el planeta Tierra.

5. Platón fue discípulo de Sócrates, y Aristóteles fue discípulo de Platón.

6. La Santa Inquisición combatió la herejía de los cátaros o albigenses.

7. Si Pizarro fundó la ciudad de Lima, entonces Lima fue una ciudad colonial.

8. La pena privativa de libertad puede ser temporal o de cadena perpetua.

9. El álgebra es un sistema axiomático si y sólo si la geometría también lo es.

10. Fujimori polarizó al país entre un poder absoluto y el terrorismo.

11. Ciro Alegría y César Vallejo pertenecen a la misma generación.

12. Bolivia no puede doblegar a su vecino, porque no tiene fuerza económica o bélica.

13. El monitor Huáscar es el buque más emblemático y legendario de la Marina de Guerra del Perú.

14. El Sahara es un desierto del norte de África, si y sólo si se extiende hasta el Atlántico y el Mar Rojo.

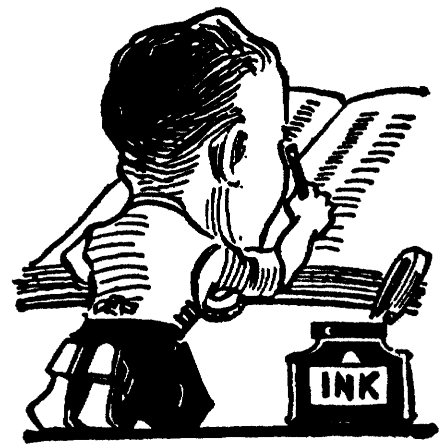
15. No es el caso que el actual gobierno peruano sea comunista o republicano, pues está regido por una constitución democrática.

16. Entre Arica y Tacna existe una vía férrea, pero entre Tacna y Moquegua existe una vía marítima.

Capítulo 6
EL LENGUAJE DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

COMPETENCIA:

Comprender el lenguaje simbólico de la lógica proposicional (LP).



6.1 Presentación del lenguaje de la lógica proposicional (LP)

6.1.1 Símbolos primitivos

a. Variables proposicionales : p, q, r, s, t, ...

b. Conectores u operadores lógicos : ~, ∧, ∨ →, ↔

c. Signos de agrupación : ( ), [ ], { }, ...

6.2 Reglas de formación

a. Todo símbolo proposicional es una fórmula bien formada (FBF en lo sucesivo).

b. Si A es una FBF, entonces ~A también lo es.

c. Si A y B son FBFs, entonces:

A ∧ B también lo es
A ∨ B también lo es
A→ B también lo es
A↔ B también lo es

d. Una fórmula es una FBF si y sólo si es el resultado de la aplicación de la reglas anteriores.

Llegados a este punto, es necesario aclarar lo siguiente:

a. Las variables proposicionales representan proposiciones atómicas y están simbolizadas por las letras minúsculas del alfabeto castellano, empezando en la ‘p’ y terminando en la ‘z’ (cada variable proposicional representa una proposición atómica).

b. Si bien nosotros presentamos únicamente cinco conectores, en realidad son 24 (incluyendo cuatro tipos de negaciones: simple, doble, alterna y conjunta). Sin embargo, en un nivel básico, es suficiente con estos cinco.

c. Los cinco conectores presentados tienen respectivamente un nombre y una lectura específicos:

   ‘’: se llama ‘’ y se lee. Ejemplo: $\sim p$ se lee como ‘no p’ y sinónimos respectivos.

   ‘’: se llama ‘’ y se lee. Ejemplo: $p \wedge q$, se lee como ‘p y q’.

   ‘’: se llama ‘disyunción’ y se lee. Ejemplo: pvq, se lee como ‘p o q’

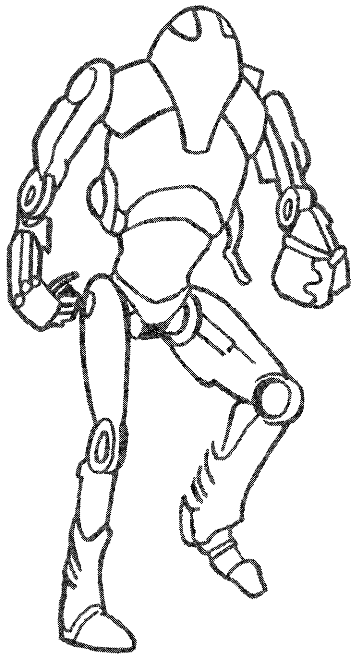
   ‘’: se llama ‘’ y se lee. Ejemplo: $p \rightarrow q$, se lee como ‘si p, entonces q’

   ‘’: se llama ‘’ y se lee como. Ejemplo: $p \leftrightarrow q$, se lee como ‘p sí y sólo si q’.

Símbolo	Nombre	Lecturas comunes
$\sim$	Negación	‘no’/‘no es el caso que’
$\wedge$	Conjunción	‘y’/‘pero’/ ‘además’/‘;’
$\vee$	Disyunción simple o débil	‘o’/‘;’
$\rightarrow$	Condicional	‘si... entonces’/‘si...,...’/‘... luego...’
$\leftrightarrow$	Bicondicional	‘...si y sólo si...’/‘... entonces y sólo entonces...’

d. Mientras la negación afecta únicamente a los términos que están a su derecha, los otros operadores lógicos afectan tanto a los de su derecha como a los de su izquierda. Por ello, a la negación se le denomina también 'operador monádico' mientras a los otros se les llaman 'operadores diádicos'.

e. El lector atento habrá notado que en la reglas de formación hemos hecho uso de letras mayúsculas o «metavariables», y no de las variables proposicionales. Ello tiene una explicación. Las metavariables se representan por las letras mayúsculas del alfabeto, empezando por la primera de ellas: A, B, C, etc., y simbolizan tanto a variables proposicionales como a esquemas formales complejos. Como las reglas de formación que presentaremos se aplican tanto a variables proposicionales como a fórmulas proposicionales (es decir, a la totalidad del lenguaje proposicional), hemos hecho uso de las metavariables en su presentación.



f. Los signos de puntuación del lenguaje ordinario (la coma [,], el punto y coma [;], los dos puntos [:] y el punto [.], tanto seguido como aparte) son indispensables para apreciar el significado de las expresiones, así como para asegurar la correcta comprensión del sentido de lo que estamos escribiendo. Del mismo modo, los signos de agrupación en el lenguaje de la lógica proposicional (LP en adelante) son indispensables para apreciar la jerarquía entre las distintas variables proposicionales, así como conectivas lógicas. Ellas (FBF en adelante) aseguran en el lenguaje simbólico que nos permitan tener una sola interpretación, libre en su totalidad de cualquier tipo de ambigüedad. Las siguientes expresiones, al no hacer un uso adecuado (o simplemente no hacerlo) de los signos de agrupación, no sólo son ambiguas en su interpretación, sino también son Fórmulas Mal Formadas (FMF en adelante).

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1. ¿Cuáles de las siguientes secuencias de símbolos son fórmulas bien formadas (FBF)? ¿Por qué?

   a. $p \wedge (q \leftrightarrow \sim q)$

   b. $[\sim p \wedge (q \leftrightarrow r)] \wedge \sim p$

   c. $p \wedge (r \leftrightarrow \sim C)$

   d. $p \rightarrow (\sim t \wedge r)$

   f. $(\sim s \rightarrow p) \wedge (\sim q \subset r) \rightarrow t$

   g. $(p \rightarrow q) \wedge [(r \vee s)] \leftrightarrow \sim r$

   h. $(p\ r \vee q) \rightarrow (\sim t \geq \sim q$

   i. $[(p \rightarrow \sim t) \wedge (q \vee r)]\ (p \wedge q)$

2. Construya una FBF para cada esquema de fórmula con los datos que aparecen entre paréntesis:

   a. $\sim A \quad (p, q, \rightarrow, \wedge)$

   b. $A \rightarrow B \quad (p, q, \wedge, \vee, \sim)$

   c. $\sim A \rightarrow (B \wedge C) \quad (p, q, r, \wedge, \leftrightarrow, \sim)$

   d. $\sim (A \wedge B) \leftrightarrow \sim B \quad (p, q, r, \sim, \rightarrow, \wedge, \vee)$

Capítulo 7
SIMBOLIZACIÓN EN LÓGICA PROPOSICIONAL

7.1 Simbolización de proposiciones

7.1.1 Simbolización de proposiciones simples

Toda proposición simple es traducida al lenguaje formal, o simbolizada, mediante una variable proposicional. Como la primera variable en asignarse es 'p', en caso de haber únicamente una proposición que formalizar, se le asignará la variable proposicional 'p'.

Ejemplos:

Hoy llueve = p

Tengo cinco hijos = p

Estamos de noche = p

7.1.2 Simbolización de proposiciones compuestas

En este caso, se requiere simbolizar no sólo las proposiciones, sino también el o los operadores. En estos casos, se deberán seguir las siguientes reglas:

a. Identificar cada una de las proposiciones que componen el enunciado.

b. Asignar a cada una de las proposiciones una variable proposicional empezando por la letra 'p'.

c. Reemplazar el enunciado que se busca simbolizar por su respectiva variable proposicional.

d. Identificar los operadores.

e. Reemplazar el operador por su respectivo símbolo.

Ejemplo:

- ❖ Sea el enunciado molecular a formalizar el siguiente.
- ❖ Si hay recesión, entonces no hay crecimiento económico.

Primera regla: identificar las proposiciones simples.

Si *hay recesión*, entonces no *hay crecimiento económico*

Segunda regla: al asignar variables proposicionales a cada una de las proposiciones, tenemos:

hay recesión = p

hay crecimiento económico = q

Tercera regla: reemplazar el enunciado por su variable.

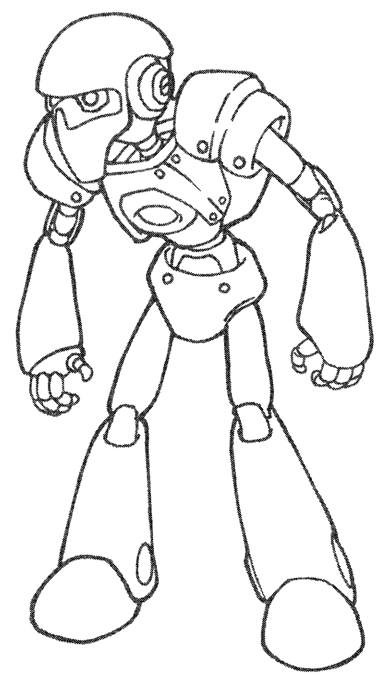
Si p, entones no q

Cuarta regla: identificar los operadores.

Si p, entonces no q

Quinta regla: reemplazar el operador por su símbolo.

$$p \rightarrow \sim q$$



Uno de los temas que causa mayores problemas a los recién iniciados a la hora de simbolizar en esta actividad, es el del condicional inverso.

El condicional tiene la formulación «si A, entonces B», y se simboliza como $A \rightarrow B$. Este nos indica que si se da A, se deberá de dar B. Es decir, nos indica que B es causado por A.

De lo anterior de deduce que podemos decir que se dio B porque se había dado A. Esto último lo podemos expresar como «B porque A», y se simboliza invirtiendo los términos:

$$A \rightarrow B$$

Veamos un ejemplo:

«El descontento de los trabajadores se debe a que hubo una mala administración de los recursos humanos».

Si aplicáramos las reglas de manera automática, tendríamos:

«El descontento de los trabajadores se debe a que hubo una mala administra-

$$p \quad \rightarrow \quad q$$

ción de los recursos humanos»

Lo cual podría llevarnos a creer que el esquema de LP que conviene a dicha proposición molecular es:

$$p \rightarrow q$$

Sin embargo, esto sería erróneo, ya que el descontento de los trabajadores no fue la causa de la mala administración de los recursos humanos, sino a la inversa: la mala administración de los recursos humanos ha sido la causa del descontento de los trabajadores. Por ello, la simbolización exacta es más bien:

$$q \rightarrow p$$

Casos similares se presentan con los términos «la causa de lo anterior», «esto se debe», «ello se debió a que» y demás términos similares, todos los cuales indican que la traducción del lenguaje natural al de LP deberá hacerse asiendo uso del condicional inverso.

Una vez que hemos logrado la habilidad suficiente para traducir las inferencias del lenguaje natural al lenguaje simbólico de LP, necesitamos un método decisorio. Esto es, un método que nos permita decidir o determinar la validez o invalidez de la inferencia. Esto se estudiará en la siguiente lección.

7.2 Simbolización de inferencias

A diferencia de las proposiciones moleculares, las inferencias son razonamientos que culminan siempre en una conclusión, si bien esta última no siempre está expresada al final de la inferencia.

La dificultad aparece cuando tenemos inferencias complejas (debido a la presencia de proposiciones moleculares más complejas). Al traducirlas al lenguaje LP, es necesario mantener las jerarquías que cada una de las proposiciones o grupos de proposiciones guardan entre sí en el lenguaje natural.

Supongamos que la inferencia es:

Si hay recesión, entonces no hay crecimiento económico. Si no hay crecimiento económico, entonces disminuye el empleo. Luego, si hay recesión, entonces disminuye el empleo.

Primera regla: identificar las proposiciones simples.

Si *hay recesión*, entonces no *hay crecimiento económico.* Si no *hay crecimiento económico*, entonces *disminuye el empleo.* Luego, si *hay recesión*, entonces *disminuye el empleo.*

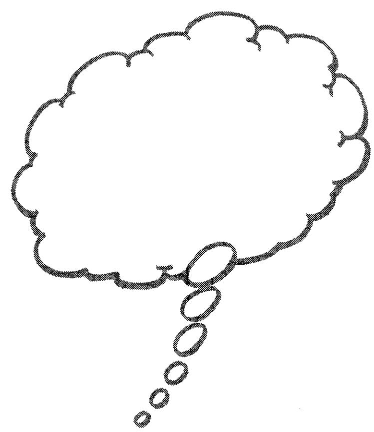
Segunda regla: al asignar variables proposicionales a cada una de las proposiciones, tenemos:

hay recesión	= p
hay crecimiento económico	= q
disminuye el empleo	= r

Tercera regla: reemplazar el enunciado por su variable.

Si p, entones no q. Si no q, entonces r. Luego, si p, entonces r.

Cuarta regla: identificar los operadores.



Si p, entonces no q. Si no q, entonces r.

Luego, si p, entonces r.

Quinta regla: reemplazar el operador por su símbolo.

$$(p \rightarrow \sim q) \wedge \sim q \rightarrow r \rightarrow p \rightarrow r$$

Sin embargo, debemos decir que este esquema no es satisfactorio, ya que no sabemos cuál es la conectiva de mayor jerarquía, ni tampoco cómo está estructurada la inferencia que acabamos de simbolizar.

Se hace necesario entonces revisar la manera como la inferencia está estructurada en lenguaje natural, para luego, al traducirla al lenguaje de

LP, poderla simbolizar de tal modo que los símbolos reflejen aquello qu está simbolizando.

Para señalar la estructura o jerarquización de los enunciados proposicionales y sus esquemas, tendremos que valernos de los signos de agrupación. Recordemos primero la inferencia:

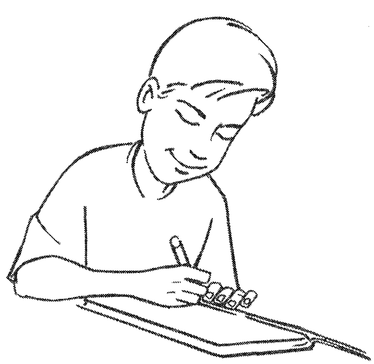
Si hay recesión, entonces no hay crecimiento económico. Si no hay crecimiento económico, entonces disminuye el empleo. Luego, si hay recesión, entonces disminuye el empleo.

Ahora analicemos la manera en que cada una de sus partes están conectadas entre sí. El primer condicional es una parte:

$$(p \rightarrow \sim q) \wedge \sim q \rightarrow r \rightarrow p \rightarrow r$$

El segundo condicional es otra parte:

$$(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \rightarrow r) \rightarrow p \rightarrow r$$



La unión de ambos permite deducir la conclusión. Entonces, nuestra estructura será:

$$[(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Los paréntesis que acabamos de agregar unen las dos proposiciones que conforman el condicional de la conclusión, mientras los corchetes unen los dos condicionales iniciales que conforman las premisas.

De este modo, podemos sostener que es necesaria una sexta regla para la simbolización de inferencias:

Sexta regla: usar los signos de agrupación de tal modo que reflejen las estructuras de las uniones entre las distintas proposiciones, a través de las distintas conectivas y sus respectivas jerarquías.

7.3 Uso de los puntos auxiliares como signo de jerarquía

En el proceso de simbolización o formalización en vez de los signos de agrupación tradicionales (paréntesis, corchetes y llaves) puede hacerse uso de los llamados "puntos auxiliares" a manera de signos de agrupación. Lo característico de ello es que los puntos van antes y después del conector lógico y no alrededor de las variables, como sucede con los signos de agrupación tradicionales. Ilustremos lo dicho con un ejemplo; haciendo uso de los signos de agrupación tradicionales se agrupa de este modo:

$$(p \vee q) \leftrightarrow (r \vee p)$$

Este mismo esquema, mediante el uso de los puntos auxiliares sería:

$$p \vee q. \leftrightarrow .r \vee p$$

El procedimiento a seguir es el siguiente:

a. Los paréntesis se reemplazan por una pareja de puntos auxiliares.

b. Los corchetes se reemplazan por dos parejas de puntos auxiliares.

c. Las llaves se reemplazan por tres parejas de puntos auxiliares.

d. En caso se requieran más signos de agrupación, se van aumentando más parejas de puntos auxiliares.

Veamos algunos casos con los signos tradicionales de agrupación y su equivalente con los puntos auxiliares.

Caso 1:

" $[(p \vee q) \rightarrow r] \leftrightarrow q$" equivalente con puntos sería;
$p \vee q \,.\rightarrow .r : \leftrightarrow : q$

Caso 2:

$\{[(p \vee q) \rightarrow r] \leftrightarrow q\} \vee [(q \wedge p) \vee (r \rightarrow q)]$ equivalente con puntos sería; $p \vee q. \rightarrow. r :\leftrightarrow: q.: \vee :. q \wedge p. \vee .r \rightarrow q$

De este modo, mientras más puntos estén alrededor del operador, mayor será la jerarquía de este y mientras menos puntos tenga, menor será su jerarquía.

Cuando se combina el uso de los puntos auxiliares con los signos de agrupación tradicionales, los puntos auxiliares se usan como signos de mayor jerarquía. Veamos algunos ejemplos:

Caso 1:

En vez de paréntesis y corchetes se usarán paréntesis y puntos auxiliares:

$$(p \vee q) \rightarrow r : \vee : q \leftrightarrow (p \rightarrow r)$$

Caso 2:

En vez de paréntesis, corchetes y llaves se usarán paréntesis, corchetes y puntos auxiliares:

$$[(p \vee q) \rightarrow] \vee [\, q \leftrightarrow (p \rightarrow r)\,] \;.\!\vee\!.\; (\, p \vee q)$$

Si se combinan solo paréntesis y puntos auxiliares, los puntos auxiliares se usan donde tradicionalmente se emplean los corchetes y las llaves. Veamos un caso:

Caso :

Aquí los puntos auxiliares hacen la función de corchete (una pareja) y de llaves (dos parejas).

$$(r \rightarrow q) \vee r \;.\; \vee \;.\; q \leftrightarrow (p \rightarrow r) : \rightarrow : p \wedge q$$

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1. Simbolización

   a. Los griegos y los persas fueron grandes navegantes.

   b. Si la temperatura está bajo cero, el agua se congela.

   c. Encinas, o fue un buen maestro o fue un buen político.

   d. Habrá tormentas marítimas si y sólo si hay huracanes producidos por los vientos.

   e. Si la temperatura no está elevada, las aguas marinas están frías.

   f. Flaubert, Gorki y Hemingway fueron fumadores empedernidos.

   g. Flaubert, Gorki y Hemingway pertenecieron a la misma generación.

   h. Si no es el caso que la medicina y la física sean ciencias, entonces la política es un arte.

   i. No es el caso que si la medicina y la física sean ciencias, entonces la política es un arte.

   j. Grecia fue cuna de la cultura occidental, y Perú fue cuna de la cultura sudamericana. Sin embargo, ni Grecia ni Perú son potencias económicas.

Capítulo 8
LAS TABLAS DE VERDAD COMO MÉTODO DECISORIO

CAPACIDADES:

1. Formalizar las inferencias planteadas en el lenguaje natural.
2. Analizar las inferencias simbolizadas.
3. Decidir mediante el método de tablas de verdad la validez o invalidez de las inferencias, así como de esquemas lógicos expresados en lenguaje LP.

8.1 Valores de verdad

Los valores de verdad son los valores que, desde un punto de vista lógico, pueden tener las proposiciones. Éstas, como hemos ya aprendido, o son verdaderas o son falsas. De ahí que el valor de verdad abarque tanto la verdad como la falsedad. Esto es, el valor de verdad de una proposición o bien es lo verdadero o bien es lo falso.

Cada conectiva proposicional tiene su respectivo valor de verdad. Esto será lo que aprenderemos en seguida.

8.1.1 Negación

Como su nombre lo indica, es el operador lógico cuya función es negar, esto es, invertir el valor del enunciado originario.

El Perú es un país de Sudamérica.

Si el valor de verdad de esta proposición fuera verdadero, su negación sería falsa. En cambio, si su valor de verdad fuera falso, entonces su negación sería verdadera.

En ese sentido, decimos que si el valor de verdad de 'p' es lo verdadero, entonces el valor de verdad de su negación '~p' será lo falso.

Generalizando mediante metavariables, decimos que si el valor de verdad de 'A' es lo verdadero, entonces el valor de verdad de su negación '~A' será lo falso.

Representándolo gráficamente, tendríamos lo siguiente:

~	A
F	V
V	F

8.1.2 Disyunción débil

Como su nombre lo indica, se usa para intercalar o alternar. En ese sentido, separa:

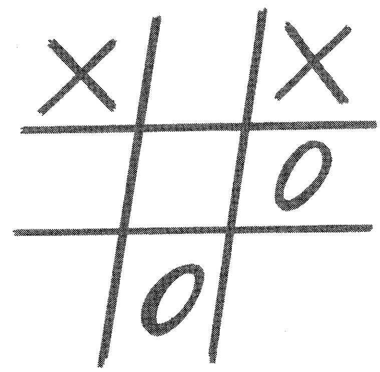
Voy al cine o estudio.

Lo que nos dice el presente enunciado es que usted por lo menos realiza una de las dos acciones. Esto es, va al cine o estudia, pero no hay impedimento alguno para que lleve a cabo ambas. Si se analiza bien, esta proposición molecular no nos dice que ambas proposiciones sean verdaderas, nos indica que *por lo menos una* lo es.

Esto quiere decir que para que el enunciado sea verdadero, basta que una de sus proposiciones lo sea (si lo son ambas, mejor), y que por ello únicamente es falso si ambas proposiciones lo son.

p v q

F F F



Generalizando mediante metavariables, decimos que 'A v B' tiene por valor de verdad lo falso, si y sólo si 'A' tiene como valor de verdad lo falso y 'B' tiene como valor de verdad lo falso.

Representándolo gráficamente, tendríamos lo siguiente:

A v B

F V F

8.1.3 Conjunción

Empecemos por el siguiente enunciado:

Platón escribió *La República* y Aristóteles escribió *La Política.*

Lo que nos dice el presente enunciado es que por un lado, Platón fue autor de *La República* y que, por otro lado, Aristóteles fue autor de *La Política.* Si se analiza bien esta proposición molecular, ella nos está diciendo que ambas proposiciones son verdaderas.

Esto quiere decir que para que el enunciado molecular sea verdadero, ambas proposiciones tienen que serlo. Formalizando, tenemos:

p $\wedge$ q

V V V

Generalizando mediante metavariables, decimos que 'A ∧ B' tiene por valor de verdad lo verdadero, si y sólo si 'A' tiene como valor de verdad lo verdadero y 'B' tiene como valor de verdad lo verdadero.

Representándolo gráficamente, tendríamos lo siguiente:

$$\begin{array}{ccc} A & \wedge & B \\ V & V & V \end{array}$$

8.1.4 Condicional

Empecemos por el siguiente enunciado:

Si hay inflación, entonces los precios de los productos se incrementarán.

Formalizando este enunciado, tendríamos el siguientes esquema:

$$\boxed{p \rightarrow q}$$

Lo primero que debemos de tener en cuenta es que no nos dice de manera categórica que habrá inflación, ni tampoco que el valor de los productos subirá. Lo único que sostiene es que *en caso* hubiera inflación, *entonces* el valor de los productos subiría. Con ello, este enunciado establece una relación causal entre la inflación y el incremento del valor de los productos. En otras palabras, si se diera el fenómeno de la inflación, tendría que darse el fenómeno del incremento del valor de los productos.

Ahora bien, ¿cuándo sería falso este enunciado? Este enunciado sería falso sólo si se diera el fenómeno de la inflación y el valor de los productos no se incrementara.

Por lo tanto, podemos decir que el valor de verdad de un enunciado condicional es lo falso, únicamente cuando su antecedente tiene como valor de verdad lo verdadero y el consecuente tiene como valor de verdad lo falso. En el caso particular que estamos estudiando:

$$\begin{array}{ccc} p & \rightarrow & q \\ V & F & F \end{array}$$

En términos generales, podemos generalizar lo anterior para todos los casos en que se presente un condicional, y formular lo anterior a través de metavariables:

$$\begin{array}{ccc} A & \rightarrow & B \\ V & F & F \end{array}$$

En todos los otros casos, el valor de verdad del condicional es lo verdadero.

8.1.5 Bicondicional

Empecemos por el siguiente enunciado:

El resultado de la auditoría contable será positivo si y sólo si todas las cuentas asentadas están documentalmente justificadas.

Al formalizar este enunciado, tendríamos el siguientes esquema:

$$p \rightarrow q$$

Lo primero que debemos tener en cuenta es que se establece una relación de mutua implicancia. Esto es, si sucede 'p', entonces sucederá 'q', y si sucede 'q' entonces sucederá 'p'. Lo cual quiere decir que un enunciado de este tipo es verdadero si se dan u ocurren ambos miembros.

Al ser una relación de implicancia mutua, su negación también es posible. Esto es, si *no* se da 'p', no se dará 'q'; y a su vez, si *no* se da 'q', no se dará 'p'. Lo cual indica que un enunciado de este tipo es verdadero también cuando no se da ninguno de ambos miembros.

De lo anterior se puede deducir que si se da uno de los miembros y el otro no, entonces el enunciado será falso.

Al aplicar lo anterior a este caso en particular, tendremos el siguiente esquema:

p	$\leftrightarrow$	q
V	V	V
F	V	F

En términos generales, podemos expresar lo anterior para todos los casos en que se presente un bicondicional, y formular lo anterior a través de metavariables:

A	$\leftrightarrow$	B
V	V	V
F	V	F

8.2 Estructura y elaboración de una tabla de verdad para dos o más variables

Variables proposicionales

Esquema de fórmula

Cuadro de doble entrada

p	q	$(p \vee q)$	$\rightarrow q$
V	V	V	$\boxed{V}$
V	F	V	$\boxed{F}$
F	V	V	$\boxed{V}$
F	F	F	$\boxed{V}$

Valores de verdad

Matriz secundaria

Matriz principal

El cuadro de doble entrada es la estructura o armazón básico de una tabla de verdad y está compuesta por dos líneas (una vertical y otra horizontal) que se intersecan en un punto cercano al extremo izquierdo, y a la vez en la parte superior de la línea horizontal.

En su parte superior derecha se escribe el esquema o la fórmula a analizar.

En su parte superior izquierda se escriben todas las variables proposicionales que intervienen en el esquema, comenzando por la variable 'p' y acomodando el resto en estricto orden alfabético.

Debajo de cada variable proposicional se escriben sus respectivos valores de verdad. La cantidad de arreglos está dada por la fórmula:

$$2^n$$

Donde 'n' representa el número de variables proposicionales. En el caso del ejemplo que estamos estudiando, serían tres, por lo que la cantidad de arreglos sería 8.

La distribución de los valores de verdad es la siguiente:

En la última de las variables proposicionales (la más cercana a la línea vertical) se distribuyen los valores de verdad de manera intercalada, comenzando por lo verdadero.

En la penúltima, dicha distribución es de dos en dos, comenzando con lo verdadero.

En la antepenúltima es de cuatro en cuatro, comenzando por lo verdadero y así sucesivamente, dependiendo del número de variables proposicionales y por ende de la cantidad de arreglos que sea necesario desarrollar. Y así sucesivamente. En nuestro esquema, tenemos sólo dos variables proposicionales.

En las matrices secundarias se desarrollan los valores de verdad de acuerdo con la conectiva respectiva, partiendo de los valores de verdad de las respectivas variables proposicionales en cada una de sus posibilidades.

En la matriz principal se desarrollan los valores de verdad como resultado de combinar los valores de verdad de las matrices secundarias respectivas de acuerdo con el operador de mayor jerarquía.

La matriz principal puede arrojar tres tipos distintos de resultados:

- ❖ *Primer resultado posible:* todos los valores de verdad son verdaderos. En este caso, recibe el nombre de *tautológica* y se representa mediante el símbolo T.

- ❖ *Segundo resultado posible:* todos los valores de verdad son falsos. En ese caso, recibe el nombre de *contradictoria* y se representa mediante el símbolo $\perp$.

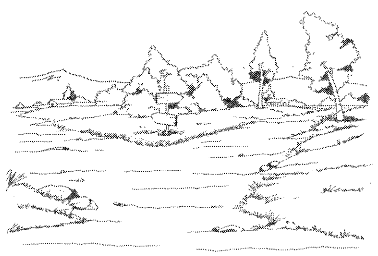
- ❖ *Tercer resultado posible:* presenta tanto valores de verdad verdaderos como falsos. En ese caso, es denominada *consistente* o *contingente* y se representa mediante el símbolo Q.

  En el caso del ejemplo considerado, la matriz principal es contingente (Q).

8.3 La tabla de verdad como método decisorio

Uno de los métodos decisorios (tal vez el más conocido) es el de las tablas de verdad. Dicho método no sólo sirve para realizar el análisis de la corrección o la incorrección de las inferencias formuladas en lenguaje natural y traducidas al lenguaje de LP, sino también para el análisis de validez formal de cualquier esquema de fórmulas simbolizado en LP. En ese sentido, la tabla de verdad es un potente instrumento de análisis para decidir la validez o invalidez de una inferencia, y por lo tanto un excelente método decisorio.

Cabe notar que si se toma la tabla de verdad como método decisorio para determinar la validez o invalidez de inferencias, para que la inferencia sea lógicamente válida, su matriz principal deberá de ser tautológica. En todos los otros casos, tal inferencia se considerará como lógicamente inválida.



El procedimiento que se debe seguir es el siguiente:

a. Formalizar la inferencia.

b. Evaluar la inferencia a través del método de tabla de verdad.

Ejemplo:

Si las ventas aumentan, entonces habrá mayores ganancias. No aumentan las ventas. Entonces, no habrá mayores ganancias.

Formalizando la inferencia, tenemos:

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$$

Dejamos la elaboración de la tabla de verdad y el análisis al lector, haciendo la salvedad de que la matriz principal de esta inferencia es *contingente*, y que por lo tanto ella no es lógicamente válida.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Tablas de verdad

Efectúe las tablas de verdad de los siguientes esquemas, y diga si son tautológicas, contingentes o contradictorias:

a. $p \rightarrow q$

b. $q \rightarrow p$

c. $p \vee q$

d. $q \vee p$

e. $p \wedge q$

f. $p \wedge \sim q$

g. $(p \rightarrow q) \wedge r$

h. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (r \leftrightarrow p)$

i. $\sim [q \vee (p \rightarrow q)]$

j. $\{[(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)] \rightarrow q\} \leftrightarrow p$

II. Tablas de verdad como método decisorio en el análisis de la validez de inferencias.

Formalice las siguientes inferencias y luego determine, mediante la tabla de verdad, si son o no lógicamente válidas:

1. Si Popper está en lo cierto, entonces Kuhn está equivocado, al igual que Feyerabend. Pero Kuhn no está equivocado. Entonces, Popper no está en lo cierto y Feyerabend tampoco.

2. Si Darwin está en lo cierto, entonces el ser humano es producto de la evolución. El ser humano no es producto de la evolución. Por lo tanto, Darwin no está en lo cierto.

3. Demócrito sostenía que sólo existían el átomo y el vacío. Sin embargo, rechazaba la existencia de la nada. De allí que Demócrito concebía el vacío diferente de la nada.

4. Si existen sustancias compuestas, entonces el átomo es una sustancia compuesta. Si existen sustancias simples, entonces el electrón es una sustancia simple. Existen sustancias simples y compuestas. Por lo tanto, el átomo es una sustancia compuesta y el electrón es una sustancia simple.

5. Tenía la alternativa de estudiar o de trabajar. Decidí no estudiar. Por lo tanto, me dediqué a trabajar.

Capítulo 9
LOS DIAGRAMAS SEMÁNTICOS COMO MÉTODO DECISORIO

CAPACIDADES:

1. Comprender la naturaleza de los diagramas semánticos.
2. Aplicar los diagramas semánticos en el análisis de validez de esquemas e inferencias proposicionales.

9.1 Definición

Método decisorio basado en la interpretación como verdadera o falsa de las proposiciones, y que hace uso de los diagramas de árbol.

Debido a que el lector está ya familiarizado con las tablas de verdad, nos remitiremos a ellas para realizar nuestra exposición.

9.2 Representación de los valores de verdad

9.2.1 Negación

Como ya sabemos, si una proposición o esquema es verdadero, su negación es falsa y viceversa. En ese sentido, la negación, de acuerdo con los diagramas semánticos, se representará del siguiente modo:

a) F [A]
|
V [~ A]

b) V [A]
|
F [~ A]

Recordamos en este punto que, con el fin de abreviar, estamos realizando la exposición con metavariables, las cuales, como recordará el lector, pueden representar desde una variable proposicional hasta un esquema complejo. A modo de ilustración, realizaremos aquí dos aplicaciones. La primera respecto de una variable proposicional, la segunda respecto de un esquema.

Respecto de una variable:

F [~ p]
|
V [p]

Respecto de un esquema:

$$V[\sim(p \rightarrow q)]$$

$$F[(p \rightarrow q)]$$

9.2.2 Conjunción

Para que un esquema conjuntivo sea verdadero, ambos miembros de la conjunción deben de serlo. Esto es, basta que uno de ellos sea falso para que dicho esquema sea falso. Por otro lado, en la lógica estándar hay sólo dos valores de verdad: lo verdadero y lo falso. En ese sentido, tenemos dos posibilidades:

a) $F[A \wedge B]$

$F[A] \quad F[B]$

b) $V[A \wedge B]$

$V[A]$
$V[B]$

El lector habrá observado que en el diagrama a), los valores de verdad de ambos miembros de la conjunción son escritos de manera horizontal al ser analizados. Esto indica que no se requiere que ambos miembros tengan el valor expresado (en este caso el de lo falso), sino que basta que uno lo tenga para que todo el esquema sea falso.

En el diagrama b), en cambio, los valores de verdad de los respectivos miembros de la conjunción están ordenados de manera vertical. Ello indica que para que la conjunción pueda ser considerada como verdadera, tanto el miembro de la derecha como el de la izquierda deberán de tener el valor de verdad de lo verdadero. Los respectivos valores de cada una de las variables proposicionales están expresados a la izquierda de cada uno.

Este orden de diagramación se sigue con todos los demás operadores (disyunción, condicional y bicondicional).

Veamos una aplicación de lo anterior:

Sea el esquema:

$$[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)]$$

el cual se nos dice que verdadero.

Por lo anterior, tendremos que representarlo del siguiente modo:

$$V[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)]$$

$$V[(p \leftrightarrow q)]$$
$$V[(r \rightarrow p)]$$

9.2.3 Disyunción

Una disyunción es falsa únicamente cuando ambos miembros de ella son falsos. En todos los demás casos, es verdadera. Esto quiere decir que basta que un solo miembro del esquema disyuntivo sea verdadero para que todo éste lo sea.

a. $F[A \vee B]$

$F[A]$
$F[B]$

b) $V[A \wedge B]$

$V[A]$ $V[B]$

9.2.4 Condicional

El condicional es falso únicamente cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso. Esto es, bastaría únicamente que el antecedente fuera falso o el consecuente verdadero para que todo el esquema fuera verdadero. En ese sentido, tenemos los siguientes diagramas:

a) $F[A \rightarrow B]$

$V[A]$
$F[B]$

b) $V[A \rightarrow B]$

$F[A]$ $V[B]$

Veamos una aplicación.

Supongamos que el esquema :

$$\boxed{\sim(p \wedge r) \rightarrow q}$$

es falso. En ese caso, aplicando el diagrama semántico del condicional, tendríamos el siguiente desarrollo:

$$V[\sim(p \wedge r) \rightarrow q]$$

$$F[\sim(p \wedge r)] \qquad\qquad V[q]$$

9.2.5 Bicondicional

El bicondicional es verdadero en dos casos: o bien cuando ambos miembros del esquema son verdaderos, o bien cuando ambos son falsos. En cambio, si estos tienen valores de verdad alternados, entonces será falso.

a. $V[A \leftrightarrow B]$

$$V[A] \quad F[A]$$
$$V[B] \quad F[B]$$

b) $F[A \leftrightarrow B]$

$$V[A] \quad F[A]$$
$$F[B] \quad V[B]$$

9.3 Análisis de esquemas moleculares a través de diagramas semánticos

A diferencia de las tablas de verdad, el procedimiento de análisis a través de los diagramas semánticos es sumamente complejo, pues consiste en una gran cantidad de pasos. Por ello, iremos pormenorizando cada uno de estos.

a. Asignar un valor de verdad al esquema. Dicho valor se escribe al lado izquierdo.

b. Analizar el esquema primitivo sobre la base del valor de verdad asignado en el paso previo.

c. Analizar el o los esquemas resultantes del análisis anterior aplicando los valores de verdad correspondientes.

d. Numerar a la derecha de cada esquema o subesquema el orden en que se han ido analizando.

Veamos un ejemplo. Dado el siguiente esquema:

$$[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]$$

Como nuestro primer paso nos indica, debemos asignar a este esquema primitivo un valor de verdad. Nosotros podemos empezar el análisis suponiendo que o es verdadero o es falso. Se recomienda optar, siempre que se pueda, por la posibilidad con menos bifurcaciones. En el presente caso, la mejor posibilidad es considerar el esquema como falso, ya que ello no origina bifurcaciones.

$$\boxed{F\ [(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]}$$

Una vez que hemos establecido como falso dicho esquema, tenemos que comenzar a derivar los valores de verdad que deberán tener los subesquemas. Esto dependerá de la conectiva principal del esquema o subesquema que estemos analizando en ese momento.

En el caso que estamos analizando, el valor de verdad es lo falso y la conectiva principal del esquema es la condicional. Si nos acordamos de nuestro esquema general del condicional falso, recordaremos que era el siguiente:

$$F\ [A \rightarrow B]$$

$$V\ [A]$$
$$F\ [B]$$

Por ello, tenemos que asignarle al antecedente de dicho esquema el valor de verdad de verdadero y al consecuente el valor de verdad de falso.

$$F\ \ [(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]$$

$$V\ [(p \wedge q)]$$
$$F\ [(r \vee s)]$$

Como este esquema original ha sido el primero en ser analizado, se le numera, a su derecha, con el número uno.

$$F\ \ [(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]\ (1)$$

$$V\ [(p \wedge q)]$$
$$F\ [(r \vee s)]$$

De los dos subesquemas obtenidos, cualquiera de los dos es posible de analizar. En estos casos, repetimos nuestra recomendación de comenzar por el esquema o subesquema que menos bifurcaciones o ramas presente. Realizando el análisis partiendo del esquema conjuntivo y que a su vez tiene como valor de verdad lo verdadero, obtenemos lo siguiente:

$$
\begin{array}{c}
F \quad [(p \wedge q) \rightarrow r]\,(1) \\
| \\
V\,[(p \wedge q)]\,(2) \\
F\,[(r \vee s)] \\
| \\
V\,(p) \\
V\,(q)
\end{array}
$$

Ahora pasamos a analizar el otro subesquema que aún nos falta:

$$
\begin{array}{c}
F \quad [(p \wedge q) \rightarrow r]\,(1) \\
| \\
V\,[(p \wedge q)]\,(2) \\
F\,[(r \vee s)]\,(3) \\
| \\
V\,(p) \\
V\,(q) \\
| \\
F\,[r] \\
F\,[s]
\end{array}
$$

El desarrollo es siempre descendente. En caso de haber habido una bifurcación previa, la siguiente rama deberá de «nacer» de cada uno de los miembros de la bifurcación, y así sucesivamente.

Como podemos ver, ya no hay nada más por analizar. En esta etapa, pasamos al cuarto paso, conocido como análisis de ramas. Las «ramas» son las líneas finales que quedan al término del paso dos. En el caso que analizamos, sólo hay una rama. Pasemos entonces al análisis.

Rama 1: V (p), V (q), F (r)

Como el lector podrá apreciar, los valores de verdad arrojados se han ordenado comenzando por el valor de p, etc. Si tuviéramos dos o más ramas y en algunas de ellas no aparecieran algunas variables, ese espacio se dejará en blanco e indicado con una línea vacía.

Este análisis de rama arroja como resultado que nuestro esquema es falso sólo cuando p es verdadero, q es falso y r es verdadero. Esto es, cuando estas tres variables aparecen con este valor de verdad simultáneamente.

¿Por qué sabemos que nuestro esquema es falso en ese caso? Porque partimos de suponer que nuestro esquema era falso. Si hubiéramos supuesto que era verdadero, entonces el resultado del análisis de rama (que sería distinto) nos indicaría en qué caso(s) sería(n) verdadero(s).

Tenemos ahora un quinto paso: análisis de Estados Posibles del Mundo (EPM).

En este quinto paso se realiza un análisis de todas las posibilidades lógicas para ver en qué casos se cumple la posibilidad indicada por el análisis de ramas. Para ello se realiza una tabulación de valores de verdad similar al de las tablas de verdad, con la única diferencia de que cada posibilidad es numerada porque representa un EPM, esto es, una posibilidad lógica (tener en cuenta que, desde un punto de vista lógico veritativo, cada variable proposicional tiene sólo dos posibilidades: o lo verdadero o lo falso).

	p	q	r
1)	V	V	V
2)	V	V	F
3)	V	F	V
4)	V	F	F
5)	F	V	V
6)	F	V	F
7)	F	F	V
8)	F	F	F

Luego de ello, se analiza en qué caso (EPM) se presenta la posibilidad señalada en el análisis de rama.

	p	q	r
1)	V	V	V
2)	V	V	F
3)	V	F	V
4)	V	F	F
5)	F	V	V
6)	F	V	F
7)	F	F	V
8)	F	F	F

El análisis arroja que sólo el segundo caso o EPM cumple con ser falso. De ahí que el esquema sea falso únicamente en el EPM 2.

Si nos hubieran preguntado en cuántos EPM era falso el esquema, habríamos contestado que sólo en un EPM.

Si nos hubieran preguntado si el esquema era T, Q o ⊥, nuestra respuesta habría sido que es Q.

Si nos hubieran preguntado si es o no lógicamente válido, nuestra respuesta habría sido que no lo es, ya que no es T y, como sabemos, un esquema es lógicamente válido si y sólo si es tautológico.

9.4 Ramas abiertas y cerradas

Punto extremadamente importante, pero inicialmente pasado por alto por nosotros para mantener la continuidad de la exposición, es el de las ramas abiertas y cerradas.

Una rama abierta es una bifurcación en la cual no se viola el Principio de No Contradicción. Esto es, en la misma rama no aparece un esquema A y luego ~ A.

Caso de rama abierta:

[A]
|
[B]

En ese sentido, se sostiene que una rama es abierta sólo cuando no aparece en una misma línea una misma variable proposicional con valores de verdad diferente.

Por ejemplo:

V [(p v ~ q)] (1)

V [p] — V [~ q] (2)
R 1

F [q]
R 2

Una rama cerrada es una bifurcación en la cual se viola el Principio de No Contradicción. Esto es, en la misma rama aparece un esquema A y luego ~ A. Como viola dicho principio lógico, la rama se debe de anular. Dicha anulación se indica con dos líneas paralelas debajo de la rama.

Caso de rama cerrada:

```
[ A ]
  |
  |
  |
[ ~ A ]
======
```

En ese sentido, se sostiene que una rama es cerrada cuando en una misma línea (léase «rama») aparecen una o más variables proposicionales con valores de verdad diferentes.

Ejemplo:

```
V [ ( p ∧ ~ p ) ] ( 1 )
        |
        |
   V [ p ]
   V [ ~ p] ( 2 )
        |
        |
   F [ p ]
```

Como dicha rama se ha cerrado, ello se indica con dos líneas horizontales paralelas debajo de la rama.

```
V [ ( p ∧ ~ p ) ] ( 1 )
        |
        |
   V [ p ]
   V [ ~ p] ( 2 )
        |
        |
   F [ p ]
  =====
```

Esto nos indica que la rama ha sido «eliminada» y no se la cuenta en el análisis de ramas. Ilustraremos lo anterior con otro ejemplo. Sea el siguiente esquema:

$$(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \sim p) \vee (q \leftrightarrow r)]$$

Bajo la hipótesis de que es verdadero:

$$V\ \{(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \sim p) \wedge q]\}\ (1)$$

$$F\ [(p \vee q)] \qquad V\ [(p \wedge \sim p) \wedge (q \leftrightarrow r)]$$

El lector podrá ver que si bien ambos miembros de la condicional han sido disgregados, aun así cada subesquema debe ser aún analizado. Recuérdese que el análisis termina cuando se ha llegado hasta las variables proposicionales, esto es, cuando ya no hay esquema alguno por analizar.

$$V\ \{(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \sim p) \wedge q]\}\ (1)$$

$$F\ [(p \vee q)]\ (2) \qquad V\ [(p \wedge \sim p) \vee (q \leftrightarrow r)]\ (3)$$

$$F\ [p] \qquad\qquad V\ [(p \wedge \sim p)]\ (4)$$

$$F\ [q] \qquad\qquad V\ [(q \leftrightarrow r)]$$

$$R\ 1$$

$$V\ [p]$$

$$V\ [\sim p]\ (5)$$

$$F\ [p]$$

=====

En el ejemplo precedente sólo hay una rama abierta, por lo tanto sólo ella cuenta como rama. Observe el lector que en el esquema de la parte derecha aún queda una fórmula por analizar ($q \leftrightarrow r$), que sin embargo no se ha analizado. ¿Por qué? Porque una vez que se detecta una contradicción en una rama, esta se cierra aunque queden fórmulas por analizar en su interior.

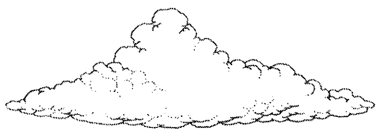
¿Por qué lo anterior es importante? Porque en el análisis de ramas sólo se deberán considerar las ramas que queden abiertas y no las cerradas. Ello porque una rama cerrada indica la existencia de una contradicción o, en lenguaje más contemporáneo, un cortocircuito.

Ahora bien, si todas las ramas se cierran al hacer el análisis de un esquema, entonces el valor de verdad de dicho esquema es el opuesto al valor de la hipótesis. Así, si por ejemplo partimos considerando un esquema como de valor de verdad verdadero y todas sus ramas se cierran, entonces el valor de verdad real de dicho esquema será el de lo falso.

En el caso en que ninguna o sólo algunas ramas se cierren, tendremos que llegar hasta el análisis de EPM para poder determinar si es T, ⊥ o Q.

Finalmente, una observación. A diferencia de las tablas de verdad, donde se comienza por el operador de menor jerarquía y se culmina por el de mayor jerarquía, en los diagramas semánticos el análisis empieza siempre por el operador de mayor jerarquía.

9.5 Los diagramas semánticos como método decisorio para determinar la validez lógica de una inferencia



Los pasos son similares, con la sola diferencia de que en este caso se requiere como paso previo la formalización de la inferencia. Veamos un caso.

Sea la inferencia:

«Si hay inflación, entonces no habrá nuevas inversiones. Pero si no hay inflación, habrá expansión del mercado interno».

El primer paso es simbolizar la inferencia:

$$(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow r)$$

El segundo paso es analizar la inferencia. Dejamos esa tarea al lector.

Hacemos la observación de que, cuando se trata del análisis de la validez lógica de una inferencia, se recomienda partir de la hipótesis de que ella es falsa, pues si en verdad es verdadera, todas las ramas se cerrarán y nuestro análisis habrá terminado. En cambio, si partimos de considerarla como verdadera, nuestro análisis tendrá que llegar por lo menos hasta el análisis de ramas, si no hasta el análisis de EPM.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Analice mediante diagramas semánticos los siguientes esquemas (aplique únicamente los tres primeros pasos).

1. $(p \rightarrow r) \vee (r \vee q)$
2. $(p \wedge q) \leftrightarrow \sim r$
3. $\sim [(q \wedge p) \rightarrow r] \leftrightarrow [\sim (\sim p \vee r) \wedge q]$
4. $[r \leftrightarrow (q \vee \sim r)] \vee [\sim (q \wedge r) \rightarrow \sim p]$
5. $\sim [(\sim p \vee r) \rightarrow \sim (q \wedge \sim r)] \rightarrow (\sim p \leftrightarrow r)$

II. Determine mediante diagramas semánticos en cuáles y en cuántos EPM son verdaderos los siguientes esquemas.

1. $\{[(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)] \rightarrow q\} \leftrightarrow p$
2. $\{[(\sim p \rightarrow q) \vee r] \wedge (\sim q \wedge \sim r)\} \rightarrow p$
3. $\sim (\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (p \leftrightarrow q)$

III. Determine en cuáles EPM son falsos los siguientes esquemas.

1. $[(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)] \rightarrow (p \leftrightarrow \sim q)$
2. $[(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\sim q \wedge q)] \rightarrow \sim (q \vee \sim q)$
3. $\sim [q \vee (p \rightarrow q)]$

IV. Determine si los siguientes esquema son T, $\perp$ o Q.

1. $p \wedge \sim q$
2. $(p \rightarrow q) \wedge r$
3. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (r \leftrightarrow p)$

V. Determine si las siguientes inferencias son o no lógicamente válidas.

1. El ingeniero llegará hoy si y sólo si tomó el vuelo al medio día. Tomó el avión al medio día si salió a tiempo de la oficina. Luego, el ingeniero llegará hoy si salió a tiempo de la oficina.

2. El edificio se derrumbará si sus cimientos son endebles o la construcción es deficiente. La construcción no es deficiente. Concluimos que el edificio no se derrumbará.

3. A pesar de que el rey sabía que Silvia estaba encinta, no la mandó matar. Si no la mandó matar, entonces Silvia dio a luz a Rómulo y Remo. Por lo tanto, si el rey sabía que Silvia estaba encinta entonces Silvia dio a luz a Rómulo y Remo.

Capítulo 10
PRINCIPIOS Y REGLAS LÓGICAS

CAPACIDAD:

1. Reconocer y apreciar la importancia de las reglas y leyes lógicas.
2. Aplicar las reglas y leyes lógicas al análisis y desarrollo de inferencias.

10.1 Los tres principios lógicos clásicos

Un principio es un fundamento o cimiento, muchas veces implícito, pero que apoya o fundamenta algo.

Insinuados ya por Parménides de Elea en el siglo VI AC, fue con Aristóteles con quien estos principios adquirieron su formulación precisa. Estos se han mantenido vigentes hasta nuestros días. Al referirse a ellos, se suele hablar de los tres principios lógicos clásicos: identidad, no contradicción y tercio excluso o excluido.

10.1.1 Principio de identidad

Comencemos presentando un par de enunciados en los que se presentan dichos principios.

a. Un libro de teoría administrativa es un libro de teoría administrativa.
b. Un libro contable es un libro contable.

Generalizando:

Si algo es algo determinado, entonces es ese algo determinado.

Introduciendo variables proposicionales:

Si p entonces p

Introduciendo conectivas lógicas:

$$\boxed{p \rightarrow p}$$

Reemplazando por metavariables:

$$\boxed{A \rightarrow A}$$

10.1.2 Principio de no contradicción

a. No es posible que esto sea un libro de teoría administrativa y no sea un libro de teoría administrativa.

b. No es posible que esto sea un libro contable y no sea un libro contable.

Generalizando:

No es posible que algo sea y no sea lo mismo, al mismo tiempo y en el mismo sentido.

Introduciendo variables proposicionales:

No es posible p y no p

Introduciendo conectivas lógicas:

$$\sim (p \wedge \sim p)$$

Reemplazando por metavariables:

$$\sim (A \wedge \sim A)$$

10.1.3 Principio de tercio excluso

a. Esto es un libro de teoría administrativa o no es un libro de teoría administrativa.

b. Esto es un libro contable o no es un libro contable.

Generalizando:

Esto es aquello o no lo es.

Introduciendo variables proposicionales:

Es p o no es p.

Introduciendo conectivas lógicas:

$$p \vee \sim p$$

Reemplazando por metavariables:

$$A \vee \sim A$$

La relevancia de estos tres principios lógicos clásicos radica en que cualquier lenguaje y sistema de lógica clásica (dentro de los cuales está la LP) los tiene como presupuestos básicos.

10.2 Equivalencias notables

Son leyes lógicas basadas en la equivalencia lógica. Esto es, establecen la equivalencia o igualdad formal de un esquema proposicional con otro esquema proposicional. Dicha equivalencia es lógicamente válida, pues al efectuar la tabla de verdad de los distintos esquemas de fórmulas, la matriz principal es tautológica.

La equivalencia lógica se simboliza a través del operador bicondicional «↔» y su estructura general es la siguiente:

$$A \leftrightarrow B$$

a. Eliminación de la Doble Negación (EDN)

$\sim\sim A \leftrightarrow A$

b. Teorema de De Morgan (DM)

$\sim(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A \vee \sim B)$

$\sim(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A \wedge \sim B)$

c. Conmutación (Conm)

$(A \wedge B) \leftrightarrow (B \wedge A)$

$(A \vee B) \leftrightarrow (B \vee A)$

d. Asociación (Asoc)

$[A \wedge (B \wedge C)] \leftrightarrow [(A \wedge B) \wedge C]$

e. Distribución (Dist)

$[A \wedge (B \vee C)] \leftrightarrow [(A \wedge B) \vee (A \wedge C)]$

$[A \vee (B \wedge C)] \leftrightarrow [(A \vee B) \wedge (A \vee C)]$

f. Transposición (Transp)

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$

g. Definición del Condicional (Def Cond)

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\sim A \vee B)$

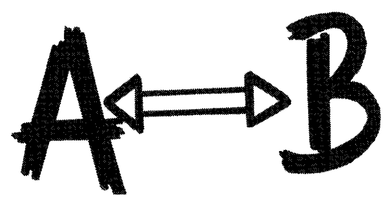
h. Definición del bicondicional (Def. Bicond.)

$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow [(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)]$

$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow [(A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)]$

i. Tautología o Idempotencia (Idemp)

$(A \wedge A) \leftrightarrow A$



10.3 Implicancias notables

Son leyes lógicas basadas en la implicancia lógica. Esto es, sostienen la derivación o deducción de una variable proposicional o una fórmula a partir otra variable. Dicha implicancia es lógicamente válida, pues al efectuar la tabla de verdad de los distintos esquemas de fórmulas, la matriz principal (el condicional o la implicancia) es tautológica.

La implicancia lógica se representa a través del operador condicional «$\rightarrow$».

a. Modus Ponens (MP)

$[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$

Otra manera de representarlo es:

$A \rightarrow B$
$\underline{A\qquad}$
$\therefore B$

b. Modus Tollens (MT)

$[(A \rightarrow B) \wedge \sim B] \rightarrow \sim A$

Otra manera de representarlo es:

$A \rightarrow B$

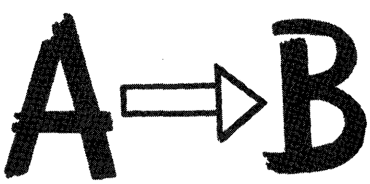
$\underline{\quad \sim B}$

$\therefore \sim A$

c. Dilema constructivo (DC)

$\{[(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)] \wedge (A \vee C)\} \rightarrow (B \vee D)$

Otra manera de representarlo es:



$A \rightarrow B$

$C \rightarrow D$

$\underline{A \vee C}$

$\therefore B \vee D$

d. Dilema destructivo (DD)

$\{[(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)] \wedge (\sim B \vee \sim D)\} \rightarrow (\sim A \vee \sim C)$

Otra manera de representarlo es:

$A \rightarrow B$

$C \rightarrow D$

$\underline{\sim B \vee \sim D}$

$\therefore \sim A \vee \sim C$

e. Silogismo Hipotético (SH)

$[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$

O también:

$A \rightarrow B$

$\underline{B \rightarrow C}$

$\therefore A \rightarrow C$

f. Silogismo Disyuntivo (SD)

$[(A \vee B) \wedge \sim A] \rightarrow B$

O también $[(A \vee B) \wedge \sim B] \rightarrow A$

Otras maneras de representarlos son:

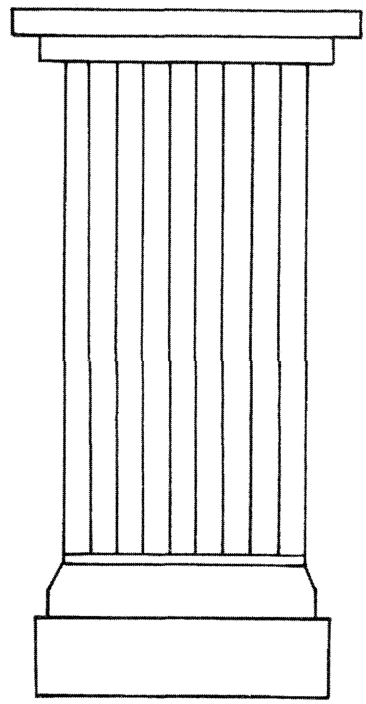
$$\begin{array}{l} A \vee B \\ \underline{\sim A} \\ \therefore B \end{array} \qquad \text{O también} \qquad \begin{array}{l} A \vee B \\ \underline{\sim B} \\ \therefore A \end{array}$$

g. Adición (Adic)

$A \rightarrow (A \vee B)$

Otra manera de representarlo es:

$$\begin{array}{l} \underline{A \qquad} \\ \therefore A \vee B \end{array}$$



h. Conjunción (Conj)

$$\begin{array}{l} A \\ \underline{B \qquad} \\ \therefore A \wedge B \end{array}$$

i. Simplificación (Simp)

$(A \wedge B) \rightarrow A$ O también $(A \wedge B) \rightarrow B$

Otra manera de representarlo es:

$$\begin{array}{l} \underline{A \wedge B} \\ \therefore A \end{array} \qquad \text{O también} \qquad \begin{array}{l} \underline{A \wedge B} \\ \therefore B \end{array}$$

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Identifique la regla que se está aplicando en cada uno de los siguientes esquemas:

De equivalencia:

1. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$
2. $[(p \vee q) \vee (r \vee s)] \leftrightarrow [(r \vee s) \vee (p \vee q)]$
3. $[\sim (p \wedge q) \vee r] \leftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$
4. $[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)] \leftrightarrow [\sim(p \wedge q) \vee (r \vee s)]$
5. $\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge [r \rightarrow (p \wedge q)]\} \leftrightarrow [(p \wedge q) \leftrightarrow r]$
6. $[(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow q)] \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge q)]$
7. $[\sim(p \vee q) \rightarrow r] \leftrightarrow [\sim \sim (p \vee q) \vee r]$

De implicancia:

1. $(p \vee q)$
   $\underline{(p \vee q) \rightarrow r}$
   $\therefore r$

2. $(s \wedge q) \rightarrow p$
   $\underline{p \rightarrow (s \vee q)}$
   $\therefore (s \wedge q) \rightarrow (s \vee q)$

3. $p \rightarrow (\sim r \wedge q)$
   $\underline{(\sim r \wedge q) \rightarrow r}$
   $\therefore r \rightarrow r$

4. $\sim (p \vee q) \rightarrow \sim (s \wedge r)$
   $\underline{(s \wedge r)}$
   $\therefore \sim \sim (p \vee q)$

5. $(q \vee s) \rightarrow r$
   $\underline{(q \vee s)}$
   $\therefore r$

Capítulo 11
DEDUCCIÓN NATURAL O DERIVACIONES

11.1 Definición

Método decisorio no algorítmico que mediante pruebas formales prueba que una conclusión señalada se deriva de las premisas propuestas. Para ello hace uso de las leyes de equivalencia e implicancia.

CAPACIDADES:

1. Reconocer, comprender y manejar los distintos procedimientos de la deducción natural.
2. Manejar la deducción natural como procedimiento decisorio no algorítmico.

El método (y sus reglas) denominado Deducción Natural fue propuesto en 1934 por el lógico Gerhard Gentzen. Desde entonces, se conocen diversas variantes de ellas (v. gr. las de Jaskowski, Fitch, Iseminger, etc.) El método que presentamos no es el original de Gentzen, sino una versión modificada, más pedagógica e intuitiva, pero con mayor número de reglas. Comúnmente, se conoce este método con el nombre de «Derivaciones».

Se considera que es un procedimiento decisorio, pues si se demuestra que es imposible deducir la conclusión dada a partir de las premisas proporcionadas, se considera que la inferencia es inválida. Sin embargo, su naturaleza no algorítmica dificulta el establecer esto de manera concluyente en algunos casos.

Las leyes que usaremos para llevar a cabo estas deducciones naturales o pruebas de validez son tanto las de implicancia como las de equivalencia, que aprendiéramos en la lección anterior.

11.2 Procedimiento

El objetivo de la deducción natural consiste en derivar la conclusión señalada a partir de un conjunto de premisas que nos son dadas. Sin embargo, este método no es algorítmico. Es decir, el paso de las premisas a las conclusiones no es mecánico, sino requiere que se encuentren las reglas de derivación o deducción apropiadas. Por su naturaleza no algorítmica, la aplicación de cada una de ellas no está establecida de antemano, sino depende de la habilidad del ejecutante el hallar cuál es la más adecuada para llegar al objetivo propuesto (o sea, la conclusión). En ese sentido, no necesariamente hay una única solución posible.

Hay tres tipos de procedimientos (denominados «pruebas»): el procedimiento directo o prueba directa, el procedimiento condicional o prueba condicional, y el procedimiento indirecto o reducción al absurdo.

11.2.1 Prueba directa

Consiste en derivar la conclusión indicada de las premisas dadas. Dicha derivación o deducción se efectúa introduciendo premisas derivadas de algunas de las premisas ya establecidas, y que se han obtenido mediante la aplicación de alguna regla de implicancia o equivalencia. Ilustremos lo anterior mediante un ejemplo:

Sea sean las premisas:

1. $p \wedge p$
2. $p \rightarrow q$

Y la conclusión:

$$\boxed{q \vee r}$$

Por razones de orden procedimental, se representan del siguiente modo:

1. $p \wedge p$
2. $p \rightarrow q \,/ \therefore q \vee r$

Esta estructura nos indica que 1 y 2 son las premisas. A su vez, el slash ('/')y los tres puntos (∴) nos indican que lo que continúa a la derecha es la conclusión a la que debemos llegar partiendo de las premisas y haciendo uso tanto de las reglas de implicancia como de las de equivalencia.

1. $p \wedge p$
2. $p \rightarrow q \,/ \; \therefore q \vee r$

La conclusión a la que tenemos que llegar es 'q v r'. Lo primero que tenemos que hacer es ver si una de las variables (o ambas) aparecen en las premisas que se nos han dado inicialmente.

Vemos que 'q' aparece en la premisa 2: 'p → q'. Sin embargo, está unida con la variable 'p' a través del condicional. Si pudiéramos eliminar 'p' y el condicional y quedarnos únicamente con 'q', entonces, a través de la adición, cuya regla es:

$$\frac{A}{\therefore A \vee B}$$

y cuya aplicación en este caso particular sería:

$$\frac{q}{\therefore q \vee r}$$

Con ello, obtendríamos la conclusión buscada.

Sin embargo, para eliminar la variable 'p' y el condicional, necesitamos de una regla de inferencia que nos permita esa posibilidad. Una alternativa sería el Modus Ponens, cuya formulación genérica es:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{A \qquad} \\ \therefore B \end{array}$$

Y que en este caso sería:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{p \qquad} \\ \therefore q \end{array}$$

Sin embargo, para ello tendríamos que tener a nuestra disposición la variable proposicional 'p' aislada.

En la línea 1 (primera premisa) tenemos la conjunción $p \wedge p$. Si recordamos las reglas de inferencia, nos percataremos de que el esquema de la idempotencia nos permite eliminar, cuando hay dos términos iguales unidos por una conjunción, uno de ellos:

$$\frac{A \wedge A}{\therefore A}$$

Si la aplicáramos a este caso, tendríamos que '$p \wedge p$', por aplicación de la regla de idempotencia, pasaría a ser únicamente 'p'.

Una vez obtenida la variable 'p', podríamos aplicar el Modus Ponens para obtener la variable 'q' y, finalmente, obtenida la variable 'q' podríamos obtener la conclusión '$q \vee r$' a través de la aplicación de la adición. Con ello, pues, tenemos ya la solución.

1.	$p \wedge p$	
2.	$p \rightarrow q \; / \; \therefore q \vee r$	
3.	p	De 1 por idempotencia.
4.	q	De 2 y 3 por Modus Ponens.
5.	$q \vee r$	De 4 por adición.

El desarrollo de la deducción natural nos ha permitido apreciar que cada paso que demos haciendo uso de las reglas de implicancia y/o equivalencia deberá justificarse. Esto es, debemos señalar a la derecha de lo escrito mediante cuáles reglas y haciendo uso de cuáles esquemas (líneas) hemos llegado a deducirlo. Las premisas iniciales (en este caso, las líneas 1 y 2) no requieren justificación, sino que, por su mismo carácter de premisas iniciales, se asumen como justificadas.

En la línea 3, señalamos a su derecha que la hemos obtenido aplicando la propiedad de idempotencia a la línea 1. Luego señalamos que la línea 4 ha sido obtenida aplicando la regla del Modus Ponens a las líneas 2 y 3. Finalmente, justificamos la línea 5 indicando que ha sido deducida de la línea 4 a través de la aplicación de la regla de adición.

Por otro lado, hemos también aprendido que el uso de los pasos es recursivo. Esto es, una vez obtenida o deducida una estructura (línea) a partir de las anteriores, ésta puede servir de base o premisa para deducir otras.

Veamos un caso más laborioso (recomendamos al estudiante que intente en primer lugar resolverlo por su cuenta):

1. $q \rightarrow p$
2. $\sim r \wedge \sim r$
3. q
4. $(p \wedge \sim r) \rightarrow s \;/\therefore\; (p \wedge r) \vee s$

Igual que en el caso anterior, nuestro objetivo es llegar partiendo de las líneas 1 a la 4 (premisas iniciales) y de lo que de ellas podamos deducir a través de las reglas de equivalencia e implicancia, a la conclusión señalada.

Al igual que en el ejemplo modelo anterior, iremos explicando paso a paso no sólo el procedimiento seguido, sino también el razonamiento que realizamos.

Lo primero que debemos hacer es empezar por identificar las variables y conectivas proposicionales presentes en la conclusión, y establecer en cuáles de las líneas se encuentran para que puedan ser derivadas de éstas haciendo uso de las reglas ya aprendidas.

La variable 's' se encuentra en la línea 4. Si tuviéramos únicamente la variable 's', por la regla de adición:

$$\frac{A}{\therefore A \vee B}$$

podríamos agregar los símbolos faltantes. Esto es, pasaríamos de la variable proposicional 's', gracias a la adición, a la fórmula 's v (p ∧ ~r)' y luego, gracias a la regla de conmutación:

$$(A \vee B) \leftrightarrow (B \vee A)$$

Podríamos pasar del esquema 's v (p ∧ ~r)' al esquema '(p ∧ ~r) v s', que es la conclusión que buscábamos, con lo cual nuestra prueba habría terminado.

Sin embargo, 's' no está sola en la línea cuatro, sino es parte de la fórmula (~p v r) → s. El paso previo a la adición deberá ser entonces una regla que nos permita eliminar (p ∧ ~r) junto con el condicional.

Si tuviéramos a disposición la fórmula (p ∧ ~r), mediante la aplicación del Modus Ponens podríamos eliminar dicha fórmula de la fórmula mayor (p ∧ ~r) → s que aparece en la línea 4. Efectivamente, basta recordar el esquema de Modus Ponens:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{A \quad\quad} \\ \therefore B \end{array}$$

Sin embargo, el esquema (p ∧ ~r) no aparece, ni solo ni combinado en alguna de las líneas. Esto indica que tendríamos que deducirlo de algunas de ellas haciendo uso de alguna otra regla de inferencia.

Podemos apreciar que en la línea 1 aparece la variable proposicional 'p'. Sin embargo, no está sola, sino que se encuentra unida a la variable proposicional 'q' mediante un condicional. Si tuviéramos a disposición alguna línea en la cual apareciera la variable proposicional 'q', podríamos aplicar el Modus Ponens para eliminar 'q':

$$\begin{array}{lll} A \rightarrow B & & q \rightarrow p \\ \underline{A \quad\quad} & \text{En este caso:} & \underline{q \quad\quad} \\ \therefore B & \therefore p & \end{array}$$

Para suerte, nuestra la variable 'q' aparece en solitario en la línea 3, por lo que podemos obtener 'p' a través de la aplicación del Modus Ponens en 1 y 3.

Una vez obtenida 'p', tendríamos que obtener '~r'. Tenemos en la línea 2 el esquema '~r ∧ ~r', el cual, a través de la regla de idempotencia, puede ser reducido a ~r:

$$\begin{array}{lll} \underline{A \wedge A} & \text{En este caso} & \underline{\sim r \wedge \sim r} \\ \therefore A & & \therefore \sim r \end{array}$$

Una vez obtenidas ambas variables, a través de la regla de conjunción tendríamos la fórmula (p ∧ ~r). Con ella podríamos ya iniciar la deducción de la conclusión a partir de las premisas que nos han sido dadas.

1. q → p
2. ~r ∧ ~r
3. q
4. (p ∧~ r) → s / ∴ s ∨ (p ∧ r)
5. p   De 1 y 3 por Modus Ponens.

Con ello, ya tenemos resuelta en la práctica la deducción, pues los otros pasos se ligan unos a otros de manera automática. Así, una vez obtenida 'p' en el paso 5, obtenemos en la línea 6 ~r aplicando la propiedad de idempotencia en la línea 2.

1. q → p
2. ~r ∧ ~r
3. q
4. (p ∧~ r) → s / ∴ s ∨ (p ∧ r)
5. p   De 1 y 3 por Modus Ponens.
6. ~r   De 2 por idempotencia.

Luego, obtenemos p ∧ ~r aplicando la propiedad de conjunción a las líneas 5 y 6:

1. q → p
2. ~r ∧ ~r
3. q
3. (p ∧~ r) → s / ∴ s ∨ (p ∧ r)
4. p   De 1 y 3 por Modus Ponens.
5. ~r   De 2 por idempotencia.
6. p ∧ ~r   De 5 y 6 por conjunción.

Después, obtenemos en el paso 8 la variable 's' a través de la aplicación del Modus Ponens en las líneas 4 y 7:

1. q → p
2. ~r ∧ ~r
3. q
4. (p ∧~ r) → s / ∴ s ∨ (p ∧ r)
5. p   De 1 y 3 por Modus Ponens.
6. ~r   De 2 por idempotencia.
7. p ∧ ~r   De 5 y 6 por conjunción.
8. s   De 4 y 5 por Modus Ponens.

Luego obtenemos 's $\vee$ (p $\wedge$ r)' mediante la aplicación de la propiedad de adición a la línea 8.

1. $q \rightarrow p$
2. $\sim r \wedge \sim r$
3. q
4. $(p \wedge \sim r) \rightarrow s$ / $\therefore$ $s \vee (p \wedge r)$
5. p — De 1 y 3 por Modus Ponens.
6. $\sim r$ — De 2 por idempotencia.
7. $p \wedge \sim r$ — De 5 y 6 por conjunción.
8. s — De 4 y 5 por Modus Ponens.
9. $s \vee (p \wedge r)$ — De 8 por adición.

Finalmente, obtenemos la conclusión buscada mediante la aplicación de la conmutación en la línea 9:

1. $q \rightarrow p$
2. $\sim r \wedge \sim r$
3. q
4. $(p \wedge \sim r) \rightarrow s$ / $\therefore$ $s \vee (p \wedge r)$
5. p — De 1 y 3 por Modus Ponens.
6. $\sim r$ — De 2 por idempotencia.
7. $p \wedge \sim r$ — De 5 y 6 por conjunción.
8. s — De 4 y 5 por Modus Ponens.
9. $s \vee (p \wedge r)$ — De 8 por adición.
10. $(p \wedge r)$ v $\vee$ s — De 9 por conmutación.

Nota: llegados a este punto y antes de que el estudiante se enfrente por sí solo a la resolución de ejercicios, cabe notar que mientras las reglas de implicancia afectan a todo el esquema, las reglas de equivalencia pueden afectar a todo el esquema, como también a una parte de este. Ejemplo:

Dados los esquemas

1. $(P \rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee r)$

2. p

podemos obtener de 1

3. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (r \vee p)$

Aplicando la regla de conmutación, tenemos una equivalencia notable.

Sin embargo, sería improcedente creer que se puede obtener de 1 y 2

3. $q \rightarrow (p \vee r)$

a través de la aplicación del Modus Ponens en 1 y 2, pues el Modus Ponens y todas las reglas de implicancia o se aplican a todo el esquema o no se aplican.

11.2.2 Prueba condicional

Esta prueba es una variante de la prueba directa y se aplica únicamente cuando tenemos conclusiones que presentan el condicional como operador principal o de mayor jerarquía. Por ejemplo:

1. $r \rightarrow p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q \;/\; \therefore r \rightarrow s$

En este caso, el primer paso es siempre colocar el antecedente de la conclusión en la línea inmediatamente posterior a las premisas iniciales y justificarla con las siglas 'Pr. Ad.', que quieren decir 'premisa adicional':

1. $r \rightarrow p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q \;/\; \therefore r \rightarrow (r \rightarrow s)$
4. 4. r   Pr. Ad.

Luego de ello, se procede igual que en la prueba directa, excepto que el objetivo no es ya la totalidad de la conclusión, sino únicamente el consecuente de esta:

En el paso 5, aplicando la idempotencia, cuyo esquema es:

$$\frac{A \wedge A}{\therefore A}$$

obtenemos:

5. $\sim q$

Aplicando la regla del Silogismo Disyuntivo, cuyo esquema básico es:

$$\frac{A \vee B \quad \sim A}{\therefore B} \qquad \text{o también} \qquad \frac{A \vee B \quad \sim B}{\therefore A}$$

A las líneas 2 y 5, obtenemos:

6. $\sim p$

Luego, aplicando el Modus Tollens a las líneas 1 y 6, obtenemos:

7. $\sim r$

Después, por adición a la línea 7, obtenemos:

8. $\sim r \vee s$

Después, por definición del condicional en la línea 8, obtenemos:

9. $r \rightarrow s$

Llegados a este punto, tenemos lo siguiente:

1. $r \rightarrow p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q \ / \ \therefore r \rightarrow (r \rightarrow s)$
4. r
5. $\sim q$
6. $\sim p$
7. $\sim r$
8. $\sim r \vee s$
9. $r \rightarrow s$

Aquí, por tratarse de una prueba condicional, es necesario agregar algunos pasos. En primer lugar, se traza una línea vertical desde la primera línea que hemos derivado hasta la última, seguida de una flecha horizontal que cruza por debajo de la última línea derivada hasta ese momento:

1. $r \rightarrow p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q \ / \ \therefore r \rightarrow (r \rightarrow s)$

4.	r	Pr. Adic.
5.	$\sim q$	De 3 por Simp.
6.	$\sim p$	De 2 y 5 por SD.
7.	$\sim r$	De 1 y 4 por MT.
8.	$\sim r \vee s$	De 7 por Adic.
9.	$r \rightarrow s$	De 8 por Def. Cond.

Después se escribe una última línea que represente unidos tanto al antecedente como al consecuente de la conclusión (por su puesto, unidos por el condicional). Ello se justifica mencionando las líneas comprendidas entre la primera línea que hemos derivado y la última, y se la justifica con las siglas Pr.C. o Pr.Cond., que quieren decir prueba condicional.

1. $r \rightarrow p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q \; / \; \therefore r \rightarrow (r \rightarrow s)$

4.	r	Pr. Adic.
5.	$\sim q$	De 3 por Simp.
6.	$\sim p$	De 2 y 5 por SD.
7.	$\sim r$	De 1 y 4 por MT.
8.	$\sim r \vee s$	De 7 por Adic.
9.	$r \rightarrow s$	De 8 por Def.Cond.

10. $r \rightarrow (r \rightarrow s)$ De 4 – 9 por Pr. Cond.

Esta última línea nos indica que la conclusión se ha obtenido teniendo en consideración las líneas comprendidas entre la número 4 y la número 9 aplicando la prueba condicional.

11.2.3 Reducción al absurdo o prueba indirecta

La reducción al absurdo es un tipo de prueba que se conoce desde antiguo y ha tenido una serie de formulaciones. Inicialmente fue utilizada únicamente con el propósito de refutar una hipótesis al demostrar que lleva a consecuencias contradictorias o ilógicas. Aparece de este modo en el famoso *Poema* de Parménides, así como también en los *Diálogos Socráticos* de Platón (particularmente, en los aporéticos).

Con el paso del tiempo, esta prueba se fue ampliando y apuntaba ya no únicamente a un propósito negativo, sino también positivo. Consistía en partir de la suposición de que la conclusión no se derivaba de las premisas, para luego demostrar que ello sería contradictorio. Por lo tanto, si la indeductibilidad de la conclusión a partir de las premisas dadas era contradictoria, lo adecuado debería ser la deductibilidad de la conclusión desde y a partir de las premisas.

Ilustraremos lo anterior con un ejemplo :

1. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2. $r \rightarrow p$
3. $\sim s \rightarrow q \; / \; \therefore s$

Como en este ejercicio se nos pide que demostremos que la conclusión se sigue de las premisas mediante la prueba por demostración al absurdo, lo primero que debemos hacer es que la conclusión buscada sea la inversa de la conclusión mostrada. Como en este caso la conclusión es 's', debemos suponer que es '~s' y la justificamos como Pr. Ad. O sea, premisa adicional.

1. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2. $r \rightarrow p$
3. $\sim s \rightarrow q \; / \therefore s$
4. $\sim s$ Pr. Ad.

Una vez hecho esto, procedemos como en la prueba directa, excepto que aquí el objetivo no es lograr llegar a la conclusión, sino encontrar una contradicción de la forma '$A \wedge \sim A$'.

Vemos que tenemos en la línea 1 la variable proposicional 'q' y también la variable proposicional '~q'. Si lográramos aislarlas, podríamos, aplicando la regla de implicancia notable de la conjunción, obtener la contradicción buscada. Para ello, basta recordar el esquema estándar de la conjunción:

$$\begin{array}{l} A \\ \underline{B\quad} \\ A \wedge B \end{array}$$

En este caso:

$$\begin{array}{l} q \\ \underline{\sim q\qquad} \\ \therefore q \wedge \sim q \end{array}$$

Sin embargo, para ello tendríamos que aislar previamente cada una de las variables. Sin embargo, la variable 'q' no sólo aparece en la línea 1, sino también en la línea 3. Además, el antecedente del esquema de la línea 3 aparece aislado en la línea 4, por lo que si aplicáramos el Modus Ponens:

$$\begin{array}{l} A \\ \underline{A \rightarrow B} \\ \therefore B \end{array}$$

Podríamos obtener el consecuente del esquema de la línea 3, esto es, 'q'.

1. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2. $r \rightarrow p$
3. $\sim s \rightarrow q \; / \therefore s$
4. $\sim s$ Pr. Ad.
5. q De 3 y 4 por MP.

Obtenida 'q' lo que nos falta obtener es '~q'. Nuestro objetivo deberá ser ahora obtener '~q' aplicando las reglas de implicancia o equivalencia que consideremos adecuadas para este fin, tras lo cual habremos obtenido lo buscado. A continuación, presentamos el siguiente esquema como desarrollo posible:

1.	$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$	
2.	$r \rightarrow p$	
3.	$\sim s \rightarrow q \;/\; \therefore s$	
4.	$\sim s$	Pr. Ad.
5.	q	De 3 y 4 por MP.
6.	$q \rightarrow r$	De 1 por Simp.
7.	$q \rightarrow p$	De 6 y 2 por SH.
8.	$p \rightarrow \sim q$	De 1 por Simp.
9.	$q \rightarrow \sim q$	De 7 y 8 por SH.
10.	$\sim q$	De 5 y 9 por MP.

Una vez que hemos logrado deducir dos variables contradictorias (en este caso, 'q' y '~q'), el siguiente paso es unirlas aplicando la propiedad de conjunción.

1.	$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$	
2.	$r \rightarrow p$	
3.	$\sim s \rightarrow q \;/\; \therefore s$	
4.	$\sim s$	Pr. Ad.
5.	q	De 3 y 4 por MP.
6.	$q \rightarrow r$	De 1 por Simp.
7.	$q \rightarrow p$	De 6 y 2 por SH.
8.	$p \rightarrow \sim q$	De 1 por Simp.
9.	$q \rightarrow \sim q$	De 7 y 8 por SH.
10.	$\sim q$	De 5 y 9 por MP.
11.	$q \wedge \sim q$	De 5 y 9 por Conj.

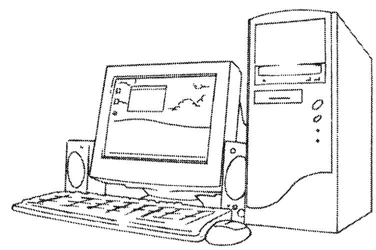
Una vez establecida la contradicción, nos falta demostrar que ésta se deriva de la negación de la conclusión. Como la derivación es una implicancia y la implicancia se simboliza a través del condicional, tenemos que aplicar la prueba condicional en el siguiente paso:

1.	$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$	
2.	$r \rightarrow p$	
3.	$\sim s \rightarrow q \;/\; \therefore s$	
4.	$\sim s$	Pr. Ad.
5.	q	De 3 y 4 por MP.
6.	$q \rightarrow r$	De 1 por Simp.
7.	$q \rightarrow p$	De 6 y 2 por SH.
8.	$p \rightarrow \sim q$	De 1 por Simp.
9.	$q \rightarrow \sim q$	De 7 y 8 por SH.
10.	$\sim q$	De 9 y 5 por MP.
11.	$q \wedge \sim q$	De 5 y 9 por Conj.
12.	$\sim s \rightarrow (q \wedge \sim q)$	

Como ha quedado demostrado que de la premisa (en este caso, 's') se deriva una contradicción, la premisa deberá ser negada:

1.	$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$	
2.	$r \rightarrow p$	
3.	$\sim s \rightarrow q \; / \; \therefore s$	
4.	$\sim s$	Pr. Ad.
5.	q	De 3 y 4 por MP.
6.	$q \rightarrow r$	De 1 por Simp.
7.	$q \rightarrow p$	De 6 y 2 por SH.
8.	$p \rightarrow \sim q$	De 1 por Simp.
9.	$q \rightarrow \sim q$	De 7 y 8 por SH.
10.	$\sim q$	De 9 y 5 por MP.
11.	$q \wedge \sim q$	De 5 y 9 por Conj.
12.	$\sim s \rightarrow (q \wedge \sim q)$	
13.	$\sim\sim s$	

Finalmente, aplicando la regla de la eliminación de la doble negación, obtenemos:



1.	$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$	
2.	$r \rightarrow p$	
3.	$\sim s \rightarrow q \; / \; \therefore s$	
4.	$\sim s$	Pr. Ad.
5.	q	De 3 y 4 por MP.
6.	$q \rightarrow r$	De 1 por Simp.
7.	$q \rightarrow p$	De 6 y 2 por SH.
8.	$p \rightarrow \sim q$	De 1 por Simp.
9.	$q \rightarrow \sim q$	De 7 y 8 por SH.
10.	$\sim q$	De 9 y 5 por MP.
11.	$q \wedge \sim q$	De 5 y 9 por Conj.
12.	$\sim s \rightarrow (q \wedge \sim q)$	Pr. Cond. 4 - 11
13.	$\sim\sim s$	De 12 por RAA (reducción al absurdo)
14.	s	De 13 por EDN.

Que no es otra cosa que la conclusión que hemos tratado de demostrar a través de la reducción al absurdo (RAA).

Cabe resaltar que el primer paso, así como los tres últimos, son típicos de una prueba por reducción al absurdo, por lo que el alumno deberá realizarlos de manera automática.

En resumen, la estrategia demostrativa ha sido esta: al asumir que la conclusión es '~s', si lográbamos demostrar que de ella se derivaba una contradicción del tipo 'A ∧ ~A', habríamos demostrado que deducir '~s' como conclusión de las premisas dadas (en este caso, líneas 1-3) es contradictorio, por lo cual es lógicamente imposible que la conclusión sea '~s'. Ello se simboliza ' ~ ~ s', que quiere decir que «no es el caso que 'no s' sea la conclusión». Pero como por la eliminación de la doble negación, '~ ~s' pasa a ser 's', obtenemos la conclusión buscada.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Deducción natural

I.1. Prueba directa

I.1.1. Realice las operaciones indicadas por las respectivas justificaciones

I.

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
3. $r \rightarrow s$
4. $\sim s$
5. $p \vee t / \therefore t$
6. De 1 y 2 por SH.
7. De 6 y 3 por SH.
8. De 7 y 4 por MT.
9. De 5 y 8 por SD.

II.

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$
2. $\sim r \wedge \sim r / \therefore (p \wedge q) \rightarrow s$
3. De 2 por Idemp.
4. De 1 y 3 por MT.
5. De 4 por Adic.
6. De 5 por Def. Cond.

III.

1. $\sim p / \therefore [p \rightarrow (r \wedge s)] \vee q$
2. De 1 por Adic.
3. De 2 por Def. Cond.
4. De 3 por Adic.

IV.

1. $(p \leftrightarrow q)$
2. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \rightarrow r / \therefore \sim r \rightarrow s$
3. De 2 por Def. Bicond.
4. De 1 y 3 por MP.
5. De 4 por Adic.
6. De 5 por Def. Cond.

V.

1. $\sim p$
2. $p \rightarrow q$
3. $\sim q \vee s / \therefore \sim p \rightarrow q$

De 1 por Adic.

De 4 por Def. Cond.

VI

1. $q \rightarrow p$
2. r
3. $s \wedge s$
4. $(r \wedge s) \rightarrow q / \therefore p$
5. De 3 por Idemp.
6. De 2 y 5 por Conj.
7. De 4 y 6 por MP.
8. De 1 y 7 por MP.

I.1.2. Justifique las siguientes deducciones:

I.

1. $q \rightarrow r$
2. $p \rightarrow q$
3. $(\sim p \vee r) \rightarrow s \;/\therefore\; s \vee t$
4. $p \rightarrow r$
5. $\sim p \vee r$
6. s
7. $s \vee t$

II.

1. $s \rightarrow r$
2. $(p \vee q) \rightarrow \sim r$
3. $p \;/\therefore\; s \rightarrow p$
4. $p \vee q$
5. $\sim r$
6. $\sim s$
7. $\sim s \vee p$
8. $s \rightarrow p$

III.

1. $q \rightarrow r$
2. $\sim r \vee s \;/\therefore\; (\sim q \vee s) \vee p$
3. $r \rightarrow s$
4. $q \rightarrow s$
5. $\sim q \vee s$
6. $(\sim q \vee s) \vee p$

IV.

1. $\sim p \;/\therefore\; \sim q \rightarrow \sim p$
2. $\sim p \vee q$
3. $q \vee \sim p$
4. $\sim q \rightarrow \sim p$

V.

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow p$
3. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
4. $\sim r \vee s \;/\therefore\; s \vee \sim t$
5. $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
6. $(p \leftrightarrow q)$
7. r
8. s
9. $s \vee \sim t$

I.1.3. Efectúe las siguientes deducciones naturales:

I.2. Prueba condicional

I.2.1. Efectúe las siguientes pruebas condicionales

I.

1. p
2. q
3. $(p \wedge q) \rightarrow r \;/ \therefore\; s \rightarrow r$

II.

1. $q \rightarrow r$
2. $\sim r \vee s \;/ \therefore\; t \rightarrow (q \rightarrow s)$

III.

1. q
2. $q \rightarrow p$
3. $r \rightarrow \sim p \;/ \therefore\; r \rightarrow r$

I.3. Reducción al Absurdo

I.3.1. Efectúe las siguientes pruebas por el método de reducción al absurdo

I.

1. $(A \rightarrow \sim B) \wedge (B \rightarrow C)$
2. $C \rightarrow A$
3. $\sim D \rightarrow B \;/ \therefore D$

II.

1. $p \rightarrow q$
2. $\sim q \wedge \sim r$
3. $p \vee \sim q$
4. $(\sim q \wedge \sim q) \rightarrow p \;/ \therefore r$

Capítulo 12
MÉTODO ABREVIATIVO

12.1 Definición

Es una variante simplificada de la tabla de verdad. Es sumamente útil cuando se desea analizar un esquema en corto tiempo, o cuando éste es muy extenso para hacerlo con la tabla de verdad (por ejemplo, esquemas de cuatro o más variables proposicionales).

Funciona del siguiente modo:

CAPACIDAD:

Aplicar el método abreviado en el análisis de validez de esquemas proposicionales e inferencias.

12.2 Procedimientos

1. Para determinar si un esquema es contradictorio

Supongamos que nuestro esquema es el siguiente:

$$p \wedge \sim p$$

a. Identificar el operador principal del esquema.

   En este caso, es la conjunción «∧»

b. Como queremos determinar si el esquema es o no contradictorio, asumimos que el esquema es verdadero «V».

$$\begin{array}{ccc} p & \wedge & \sim p \\ & \mathbf{V} & \end{array}$$

c. Asignamos a las variables proposicionales los valores de verdad respectivos, cuidando de mantener para la misma variable el mismo valor asignado.

$$\begin{array}{cccc} p & \wedge & \sim & p \\ V & \mathbf{F} & V & F \end{array}$$

d. Determinar si aparece o no una contradicción.

En el caso analizado, aparece una contradicción, pues la misma variable «p» es «V» y «F».

Como hemos asumido que el esquema es verdadero y aparece al final una contradicción, concluimos que el esquema es en realidad falso. Por ello es contradictorio, ya que, como sabemos, un esquema con valores de verdad falsos es contradictorio.

2. Para determinar si un esquema es tautológico

Supongamos que nuestro esquema es el siguiente:

$$\boxed{[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q}$$

a. Identificar el operador principal del esquema.

En este caso, es el condicional «→».

b. Como queremos determinar si el esquema es o no tautológico, asumimos que el esquema es falso «F».

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

F

c. Asignamos a las variables proposicionales los valores de verdad respectivos, cuidando de mantener para la misma variable el mismo valor asignado.

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

V **F** F

En el caso de una conjunción, para que ella sea verdadera se requiere que ambos miembros sean verdaderos:

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

V V V **F** F

Para que una disyunción sea verdadera, basta que uno de sus miembros sea verdadero. En ese sentido, parecería que podemos escoger entre tres posibilidades:

a. «p» verdadera y «q» falsa

b. «p» falsa y «q» verdadera

c. «p» falsa y «q» falsa

Sin embargo, en un momento anterior ya hemos asignado a la variable «q» el valor de «falso», por lo que se deben de respetar, en la medida de lo posible, los valores asignados con anterioridad. Por lo tanto, en este caso, a «q» se le debe asignar nuevamente el valor de falso, lo que deja una sola posibilidad para «p»: valor de verdadero.

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

V V F V V **F** F

Queda por determinar solamente el valor de «p». Como anteriormente hemos establecido que «~ p» era «verdadero», necesariamente «p» tiene que ser «falso».

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

V V F V V F **F** F

d. Determinar si aparece o no un contradicción.

En este caso, aparece una contradicción, pues «p» es «verdadero» y también «falso»:

$$[(\boxed{p} \vee q) \wedge \sim \boxed{p}] \rightarrow q$$

$\boxed{V}$ V F V V $\boxed{F}$ **F** F

Por lo anterior, el esquema es tautológico.

Nota: si al aplicar este método es imposible determinar si un esquema es contradictorio o tautológico, entonces, por descarte, deberá ser necesariamente contingente.

Capítulo 13
EL MÉTODO ANALÓGICO

13.1 Definición

Es un método decisorio no formal utilizado en la lógica para determinar la validez de un razonamiento o inferencia, aplicando analogías.

13.2 Naturaleza de la analogía

¿Qué es una analogía? Es el razonamiento basado en la existencia de semejanzas entre casos o situaciones diferentes, que se usa para concluir que si en un caso o situación conocidos ocurre algo, en otro equivalente, también ocurrirá. A la inversa, si no se obtiene el resultado esperado en el caso o situación conocidos, en el análogo en estudio, tampoco se logrará.

Sin embargo este procedimiento es un método de pensamiento difícil, azaroso, lleno de posibles incertidumbre, pero, dado su carácter no formal, es muy usado en la investigación sobre temas o asuntos sobre los cuales no hay mayores datos.

Veamos un ejemplo, cuando los antropólogos encuentran una huella fósil de un homínido (entiéndase un ancestro o antecesor del hombre actual), en base al tamaño y profundidad de la huella en el suelo calculan o proyectan tanto el tamaño como el peso del homínido, están razonando analógicamente, suponiendo una semejanza con el ser humano, esto es; asumiendo que la densidad ósea y de masa corporal del homínido sea similar a la de un ser humano actual y asumiendo también que la proporción entre el tamaño del pie y la estatura del ser humano actual se aplica análogamente a dicho homínido desconocido, los antropólogos hacen una proyección del tamaño promedio del homínido que dejó la huella así como de su peso promedio. Vemos así que en este razonamiento analógico hay una serie de supuestos que no han sido probados, pero que son aceptados para que se pueda llevar a cabo la inferencia.

13.3 Procedimiento:

1. Establecer el razonamiento a analizar.

2. Determinar la estructura del razonamiento a analizar.

3. Buscar casos análogos de razonamientos con estructuras similares.

4. Establecer si en estos casos similares o análogos se cumple la estructura del razonamiento. Si se cumple podemos concluir que el razonamiento analizado es válido, si no se cumple concluiremos que es inválido.

Ejemplo:

Supongamos que la profundidad de las huellas que dejan en el fango elefantes de 1 tonelada es de 9 cmts., la de los elefantes de 1.5 toneladas es de 12 cmts., la de los elefantes de 2 toneladas es de 15 cmts., etc. Supongamos que hemos encontrado huellas fósiles de 21 cmts. de profundidad con la forma del pie similar a la del elefante actual.

En base a nuestro conocimiento de la profundidad de las huellas de elefantes podríamos inferir, por analogía, que se trata de un ancestro de estos cuyo peso sería de unas 3 toneladas.

SEGUNDA AUTOEVALUACIÓN

I. Formalice las siguientes proposiciones moleculares (1 pto. c/u):

a. Tomó el veneno y murió.

b. Pedro es mi amigo únicamente si confía en mí.

c. Si no se inyecta dinero en la economía, entonces el mercado no se reactivará. El mercado no se reactivó. Entonces; no se inyectó dinero en la economía.

d. El país entró en una crisis financiera a causa de la recesión en los mercados europeos y norteamericanos.

II. Efectúe las tablas de verdad de los enunciados formalizados en I (1 pto. c/u).

III. Determine mediante el Método Abreviado si el siguiente esquema es tautológico, consistente o contradictorio (3 ptos.).

$$\sim[(\sim r \vee r) \vee s] \rightarrow \sim \{[r \rightarrow (\sim p \wedge q)] \wedge [(\sim p \wedge q) \rightarrow r]\}$$

IV. Desarrolle las siguientes deducciones naturales (3 ptos. c/u).

1. Por prueba directa:

a. $s \wedge [(p \rightarrow q) \rightarrow r]$

b. $\sim p \;/ \therefore r \vee s$

2. Por prueba condicional:

a. $\sim q \wedge p$

b. $q \vee r$

c. $r \rightarrow s \;/ \therefore p \rightarrow s$

3. Por reducción al absurdo:

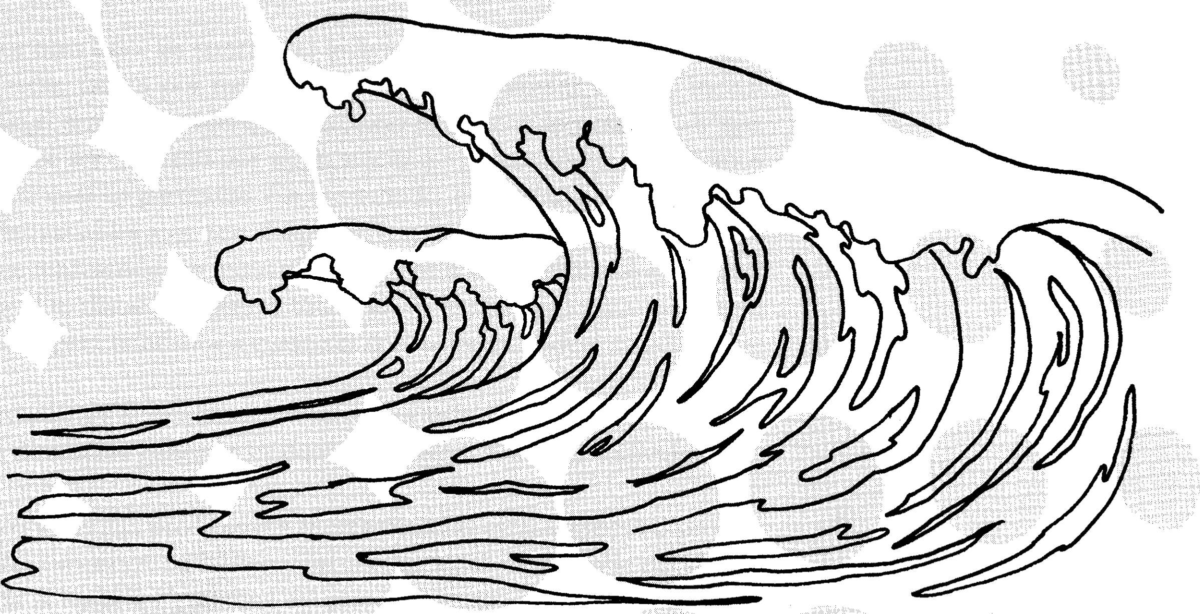
a. $p \rightarrow q$

b. $q \wedge \sim q$

c. $q \vee p \;/ \therefore r$

UNIDAD III

Lógica cuantificacional



Capítulo 14 PRESENTACIÓN DEL LENGUAJE DE LA LÓGICA CUANTIFICACIONAL (LC)

14.1 Símbolos primitivos

Variables proposicionales	:	p, q, r, s, …
Conectivas u operadores	:	$\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
Símbolos auxiliares	:	( ), [ ], { }
Variables individuales	:	a, b, c, d, …
Constantes individuales	:	x, y, z, …
Símbolos predicativos	:	F, G, H, …
Cuantificadores	:	$(\forall)$, $(\exists)$

COMPETENCIA:
Comprender y manejar el marco conceptual de la Lógica Cuantificacional.

CAPACIDAD:
Conocer las características básicas del lenguaje de LC.

Las variables individuales, llamadas también «variables» a secas, se refieren a individuos. Sin embargo, en LC, «individuo» es entendido no sólo en referencia a seres humanos individuales (v. gr. Sócrates, Platón, Cáceres, Bolognesi), sino también en relación con un país (v. gr. Japón, Islandia, Noruega), una ciudad (Lima, La Habana, Bagdad), etc. En otras palabras, una constante individual es utilizada para representar cualquier entidad particular concreta de la cual se pueda predicar alguna propiedad. De manera genérica, usaremos la letra griega «beta», cuyo símbolo es β, para referirnos a cualquier variable individual en general.

Por otro lado, las constantes individuales, llamadas también «constantes» a secas, tienen por función representar a cualquier variable individual, no en el sentido de metavariable, sino en el sentido genérico de que ese lugar debe ser ocupado por algún sujeto u objeto, aunque no sabemos exactamente cuál en particular. En ese sentido, es similar a la función que cumplen las variables *x, y, z* en el álgebra, o *a, b, c* en la aritmética, las cuales indican que representan un número, si bien por sí mismas no nos dicen cuál número es. De manera genérica, usaremos la letra griega «gamma», cuyo símbolo es γ, para referirnos a cualquier constante individual en general.

Así mismo, utilizaremos la letra griega «alfa», cuyo símbolo es α, para referirnos de manera general a cualquier variable o constante individual.

Los símbolos predicativos representan las características o propiedades de las entidades. Se representan con las letras mayúsculas del alfabeto, desde la A hasta la Z, aunque en caso de necesitarse mayores símbolos predicativos, se pueden utilizar símbolos con subíndices. De manera genérica, usaremos las letras griegas «psi», «theta» y «lambda», cuyos respectivos símbolos son ψ, θ y λ, para referirnos a cualquier predicado en general.

Finalmente, los cuantificadores son de dos tipos: el universal, que se lee «para todo» y se simboliza como ($\forall$); y el existencial, que se lee «existe al menos un individuo» y se simboliza como ($\exists$). Estos son usados dependiendo de si los enunciados que se busca simbolizar son o bien universales (la totalidad de individuos que poseen alguna propiedad determinada) o bien particulares (sean singulares, con un solo individuo, o plurales, con varios individuos, pero no todos los individuos) que poseen una propiedad determinada.

14.2 Reglas de formación

a. Todo símbolo proposicional es una FBF.

b. Todo predicado seguido de una variable individual o una constante individual es una FBF.

c. Si A es una FBF, entonces $\sim A$ también lo es.

d. Si A y B son FBF, entonces
   - $A \wedge B$
   - $A \vee B$
   - $A \rightarrow B$
   - $A \leftrightarrow B$

   también son FBF.

e. Si A es una FBF, entonces
   - $(\forall\beta)$ (A)
   - $(\exists\beta)$ (A)

   también son FBF.

f. Una fórmula es una FBF si y sólo si es resultado de la aplicación de las reglas anteriores.

14.3 Proceso de simbolización de enunciados en Lógica Cuantificacional

El proceso de formalización es más complejo que en LC debido a que estamos frente a un lenguaje más rico que, de cierto modo, abarca el lenguaje de LP. En ese sentido, nuestras reglas también han aumentado.

14.3.1 Simbolización de variables individuales

Si bien se utilizan letras minúsculas, se suelen utilizar las letras que representan la primera letra del término (usualmente sustantivo propio) con que se representa al individuo. Así por ejemplo, nombres de individuos como 'Sócrates', 'Platón', 'Michifús' o 'Fido' se representarán por las variables 's', 'p', 'm' y 'f', respectivamente.

En caso de tener dos o más individuos con el mismo nombre en una inferencia que se busca representar, entonces se utilizará alguna letra diferente para los siguientes, o la misma letra con subíndices. Por ejemplo, si una misma inferencia tuviera los individuos 'Sócrates' y 'sulfuro', entonces o bien sólo 'Sócrates' o bien sólo 'sulfuro' se representarían por la variables individual 's', mientras el otro tendría que ser representado por otra variable, como por ejemplo 'u', que corresponde a la segunda letra de su nombre. O, de otro modo, 'S' para 'Sócrates' y 'S1' para sulfuro.

14.3.2 Simbolización de términos predicativos

Se realiza a través de las letras mayúsculas del alfabeto. Al igual que en el caso de las variables individuales los términos predicativos se suelen representar con la letra mayúscula que coincide con la primera letra del predicado representado. Por ejemplo, los predicados 'mortal', 'inmortal' y 'envenenado' se suelen representar por las letras mayúsculas 'M', 'I' y 'E', respectivamente.

En caso que en una misma inferencia o enunciado que se busca formalizar aparezcan dos o más predicados que comiencen con la misma letra, sólo uno de los términos predicativos podrá tener dicha letra. El resto deberá tener otra para evitar confusiones.

En casos de formalización de enunciados con variables individuales y términos predicativos, lo primero es asignar una variable individual a cada individuo, para después asignar un término predicativo a cada predicado. Luego, al formalizar, el término predicativo se escribirá junto y a la izquierda de la variable individual.

$(\forall)x$

Ejemplos:

Perico De los Palotes es mortal

Le asignamos una variable individual:

<u>Perico De los Palotes</u> es mortal

p

Le asignamos un término predicativo:

<u>Perico De los Palotes</u> es <u>mortal</u>

p M

Formalización:

Mp

De este modo, 'Mp' nos dice, en lenguaje LC, que 'Perico De los Palotes es mortal'.

En el caso de enunciados que posean operadores como 'y', 'entonces', etc., se deberá también formalizar dichos operadores. En ese sentido, los pasos serán los siguientes:

a. Asignar una variable individual a cada individuo del enunciado.
b. Asignar un término predicativo a cada uno de los predicados del enunciado.
c. Reemplazar la conectiva gramatical por el operador o conectivo lógico correspondiente.

Ejemplos:

Primer caso:

La lógica es una ciencia formal y la economía es una ciencia empírica.

Asignamos variables individuales:

La lógica es una ciencia formal y la economía es una ciencia empírica.
l e

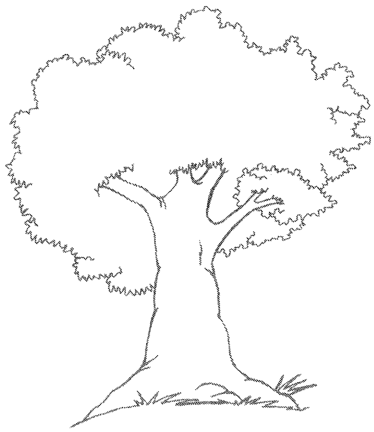
Asignamos términos predicativos:

La lógica es una ciencia formal y la economía es una ciencia empírica.
l F e E

Reemplazamos la conectiva por el operador lógico respectivo:

La lógica es una ciencia formal y la economía es una ciencia empírica.
l F $\wedge$ e E

Simbolizamos:



$$Gm \wedge Dj$$

14.3.3 Simbolización de cuantificadores

Todos los enunciados formalizados en LC, para el análisis de validez, deberán incluir cuantificadores. Estos, como sabemos, pueden ser el universal ($\forall$), que se lee «para todo(s)», y el particular ($\exists$), que se lee «existe(n) algún(os)». Dado que profundizaremos en este tema más adelante, por ahora sólo nos detendremos en enunciados que poseen términos cuantificables. Veamos algunos ejemplos:

Todos los x son sabios.

Formalizando el término cuantificacional, tendríamos:

($\forall$x) x es sabio

A su vez, si asumimos que 'sabio' es un término predicativo, tendríamos el siguiente esquema:

$$(\forall x)\ Sx$$

Que se lee 'para todo x, x es sabio'.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Formalice los siguientes enunciados (no use cuantificadores):

a. Juan juega.

b. María trabaja.

c. Pepe es abogado y Melchor es ingeniero.

d. Si Bernardo trabaja, José estudia. Pero si Bernardo no trabaja, entonces José tendrá que hacerlo.

e. Ganaré la Tinka sólo en el caso de que acierte los seis números.

II. Formalice los siguientes enunciados (use cuantificadores):

a. Algunos x son abogados.

b. Todos los x son estudiantes y empleados.

c. Algunos x son profesionales.

d. Algunos x trabajan y otros estudian.

e. Ningún x es militar.

Capítulo 15
PROPIEDADES DE LOS CUANTIFICADORES

Competencia:

Conocer las propiedades de los cuantificadores y su funcionamiento.

15.1 Reglas de intercambio de cuantificadores

Las reglas de intercambio de cuantificadores son relaciones lógicas de *equivalencia* que permiten reemplazar un cuantificador universal por otro particular y viceversa. A continuación, pasaremos a explicar las cuatro reglas básicas de intercambio de cuantificadores.

15.1.1 Primera regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'todos los x son abogados'.

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *todos* los individuos x es ser abogados. Por lo tanto, es equivalente al enunciado 'no existe algún x que no sea abogado'.

Al formalizar, tendremos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\forall x)$ Ax. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim(\exists x) \sim$Ax. Por ello, podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$$(\forall x)\ Ax \leftrightarrow \sim(\exists x) \sim Ax$$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible, podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$(\forall x)\ \phi\, x \leftrightarrow \sim (\exists x) \sim \phi\, x$$

15.1.2 Segunda regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'ningún x es abogado'.

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *todos* los individuos x es no ser abogados. Por lo tanto, es equivalente al enunciado 'no existe algún x que sea abogado'.

Al formalizar, tendremos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\forall x) \sim$Ax. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim(\exists x)\ Ax$. Por ello, podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$$(\forall x) \sim Ax \leftrightarrow \sim(\exists x)\ Ax$$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible, podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$(\forall x) \sim \phi\, x \leftrightarrow \sim (\exists x)\ \phi\, x$$

15.1.3 Tercera regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'algunos x son abogados'.

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *algunos* de los individuos x es ser abogados. Por lo tanto, es equivalente al enunciado 'no todos los x no son abogados' (ya que existen algunos x que sí lo son).

Al formalizar, tendremos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\exists x)\ Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim(\forall x) \sim Ax$. Por ello, podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$$(\exists x)\ Ax \leftrightarrow \sim(\forall x) \sim Ax$$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible, podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$(\exists x)\ \phi\, x \leftrightarrow \sim (\forall x) \sim \phi\, x$$

15.1.4 Cuarta regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'algunos x no son abogados'.

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *algunos* de los individuos x es no ser abogados. Por lo tanto, es equivalente al enunciado 'no todos los x son abogados' (ya que existen algunos x que no lo son).

Al formalizar, tendremos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\exists x) \sim Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim(\forall x)\ Ax$. Por ello, podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$$(\exists x) \sim Ax \leftrightarrow \sim(\forall x)\ Ax$$

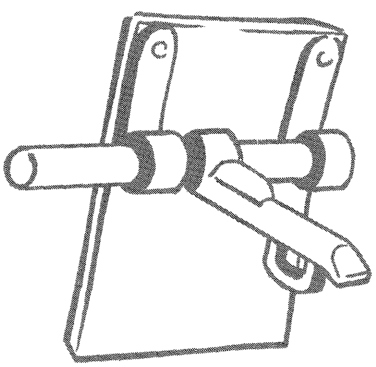
Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible, podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$(\exists x) \sim \phi x \leftrightarrow \sim(\forall x)\ \phi x$$

Estas reglas pueden aplicarse fácilmente a proposiciones de tipo categóricas. Por ejemplo, sea la proposición: $(\forall x)\ (Sx \rightarrow Px)$.

Si consideramos la primera proposición, nos dice 'todos los S son P'. Entonces, es fácil deducir su equivalente: 'no existe algún S que no sea P'. Lo cual representamos formalmente del siguiente modo: $\sim(\exists x)\ (Sx \wedge \sim Px)$

15.2 Alcance de los cuantificadores



El alcance de un cuantificador es su rango de alcance, hacia la derecha, para ligar las ocurrencias o las apariciones de la variable a que este se refiere. Este alcance está limitado por los signos de agrupación. Veamos algunos casos:

a. $(\forall x)\ (Ex) \wedge (\exists y)\ (Py)$
b. $(\exists x)\ (Ax \wedge By)$
c. $(\forall x)\ [Ax \rightarrow (Bx \wedge Cx)]$

En el caso a, el alcance del cuantificador universal es sólo hasta el cierre del primer paréntesis, esto es, cuantifica sólo la variable adjunta al término predicativo 'E'. Por otro lado, el alcance del cuantificador particular abarca sólo a la variable adjunta al término predicativo 'P'.

En el caso b, el alcance del existencial abarca sólo la variable adjunta al término predicativo 'A', puesto que la variable adjunta a 'B' no es la variable cuantificada 'x', sino la variable sin cuantificar 'y'.

Casi distinto es el de c. En este esquema, todas las ocurrencias de la variable 'x' están abarcadas por el cuantificador universal, pues su alcance va desde el inicio del corchete hasta el final de este.

15.3 Esquemas abiertos y cerrados

Un esquema o fórmula se considera abierto sólo si por lo menos una ocurrencia de por lo menos una de sus variables del tipo *x, y, z* no está bajo el alcance de un cuantificador (variable libre).

Un esquema o fórmula se considera cerrado sólo si todas las ocurrencias de todas sus variables están bajo el alcance de un cuantificador (variable ligada).

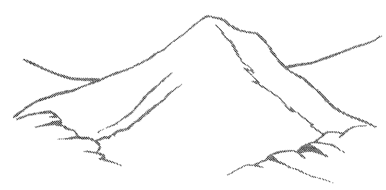
14.5 Cierre de esquemas

Para que un esquema en LC o una inferencia formalizada en LC pueda ser analizada en una prueba de validez, se requiere que sea una fórmula cerrada. Ya que sólo si todas las variables del tipo *x, y, z* están delimitadas o cuantificadas, podremos saber con exactitud la verdad o falsedad del enunciado. Esto es, sólo en ese caso es una proposición en términos de LC.

En caso hayan quedado variables del tipo *x, y, z* libres luego del proceso de formalización de una inferencia en LC, se procederá a ligar estas, para cerrar el esquema, por medio de cuantificadores universales.

Por otro lado, si estamos frente a un esquema en LC que tiene variables libres, se procederá a ligarlas introduciendo cuantificadores universales en las posiciones pertinentes.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE



I. Reemplace cada uno de los siguientes esquemas por su equivalente:

a. $\sim(\forall x)\ (Ax \rightarrow Bx)$

b. $(\exists x)\ (Fx \wedge Ax)$

c. $\sim(\exists x) \sim(Fx \wedge Ax)$

d. $(\forall x)\ (Ax \rightarrow \sim B)$

e. $(\exists x) \sim(Hx \wedge Zx)$

f. $\sim(\exists x)\ (Ix \wedge \sim Bx)$

II Formalice las siguientes proposiciones y luego determine cuál es el esquema existencial o universal equivalente (use las reglas de intercambio de cuantificadores).

a. Todos los x son batracios.

b. Algunos x no son ranas.

c. No todo x es abogado.

d. No existe algún x que no sea alumno.

e. Existen algunos x que no son alumnos.

Capítulo 16
LOS DIAGRAMAS SEMÁNTICOS COMO MÉTODO DECISORIO

COMPETENCIA:

Aplicar el método de los diagramas semánticos en el análisis de validez de esquemas e inferencias en LC.

16.1 Representación de los valores de verdad

16.1.1 Negación

a) F [A]

V [~A]

b) V [A]

F [~A]

16.1.2 Conjunción

a. F [A ∧ B]

F [A]   F [B]

b) V [A ∧ B]

V [A]
V [B]

16.1.3 Disyunción

a. F [A ∨ B]

F [A]
F [B]

b) V [A ∧ B]

V [A]   V [B]

16.1.4 Condicional

a) F [A → B]

V [A]
F [B]

b) V [A → B]

F [A]   V [B]

16.1.5 Bicondicional

a. $V[A \leftrightarrow B]$

$V[A]$	$F[A]$
$V[B]$	$F[B]$

b) $F[A \leftrightarrow B]$

$V[A]$	$F[A]$
$F[B]$	$V[B]$

16.1.6 Eliminación del cuantificador universal

a. $V[(\forall\beta)\,\psi\,\beta]$

$F[\psi\,\gamma]$

b. $F[(\forall\beta)\,\psi\,\beta]$

$V[\psi\,\alpha]$

Nota: en el universal considerado falso, γ no debe aparecer antes.

16.1.7 Eliminación del cuantificador existencial

a. $V[(\exists\,\beta)\,\psi\,\beta]$

$V[\psi\,\gamma]$

b) $F[(\exists\,\beta)\,\psi\,\beta]$

$F[\psi\,\alpha]$

Nota: en el existencial considerado verdadero, γ no debe aparecer antes.

16.2 Análisis de esquemas moleculares a través de diagramas semánticos

16.2.1 Reglas

Ante un esquema lógico, el procedimiento de análisis a través de los diagramas semánticos consiste en una serie de pasos que iremos pormenorizando:

a. Dar un valor de verdad al esquema.

b. Según el valor de verdad del esquema, ir analizando cada uno de sus miembros o subesquemas.

c. Despejar los cuantificadores hacia el final del análisis, cuando ya no se pueda seguir analizando. Nunca despejarlos al inicio.

d. Trabajar primero los cuantificadores con desarrollo particular, esto es, aquellos que llevan γ. No se deben repetir los individuos en la misma rama.

e. Si en una rama aparecen una o más expresiones sobre individuos, los cuantificadores con desarrollo general deben trabajarse con cada uno de ellos.

f. Si en un esquema sólo hay cuantificadores con desarrollo general, deben desarrollarse en α.

g. Ir numerando, a la derecha, el orden en que se han ido analizando los esquemas y subesquemas.

16.2.2 Ejemplos

Como las reglas anteriormente mencionadas son sumamente complejas y abstractas, es necesario que pasemos a ver una serie de ejemplos que nos aclaren lo anterior.

Ejemplo 1: esquema con cuantificador universal y valor de verdad verdadero

$$V\ [(\forall\beta)\ \psi\ \beta]$$

Se interpreta en el sentido de que es verdad que en un universo U, no vacío, que cualquier elemento de dicho universo tiene la característica o propiedad ψ. Como sabemos, ψ representa cualquier predicado y β representa cualquier variable individual (x, y, z, etc.).

Supongamos que en este caso, ψ representa el predicado «gato», que podemos representar como G. Esto quiere decir que son verdaderos los enunciados Gx, Gy, Gz, etc. (que podemos interpretar como «x es un gato», «y es un gato», «z es un gato»), así como también son verdaderos los enunciados Ga, Gb, Gc, etc. (que podemos interpretar como «Albania es un gato», «Bertie es un gato», «Cinta es un gato»). Esto último se debe a que como las variables representan a cualquier elemento del universo, lo que es válido para un elemento cualquiera de dicho universo debe serlo para cualquier elemento concreto de este. Así, por ejemplo, si decimos que el enunciado «todos los hombres son mortales» es verdadero, se concluye que es verdad que «si x es hombre, entonces x es mortal». De esto último se concluye que es verdad que «si Segisfredo es hombre, entonces Segisberto es mortal».

Recordemos que x, y, z, etc., por ser variables, se refieren a un individuo cualquiera, mientras a, b, c, etc., por ser constantes, se refieren a individuos concretos. Y como hemos explicado más adelante, de manera general, tanto las constantes como las variables se representan genéricamente por la metavariable α. Ello permite comprender por qué una vez despejado el cuantificador universal en «V [(∀β) ψ β]», se obtenga:

$$«V[\psi\ \alpha]»$$

Veamos una aplicación de esta regla:

$$V\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Mx \vee Ax)]]$$

Dicho esquema puede ser desarrollado de manera general (válido tanto para constantes como para variables) o específica (válido sólo para variables, esto es, cuando trabajamos con sujetos concretos). Desarrollemos el caso de manera general.

Comencemos reemplazando «x» por «α»:

$$V\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Mx \lor Ax)]]\ [1]$$

$$V\ [G\alpha \rightarrow (M\alpha \lor A\alpha)]\ [2]$$

$$F\ [G\alpha] \qquad V\ [M\alpha \lor A\alpha]\ [3]$$

$$V\ [M\alpha] \quad V\ [A\alpha]$$

Ahora, a manera de ilustración, desarrollemos el caso de manera específica o concreta (para un individuo concreto). Comenzaríamos reemplazando «x» por «a»:

$$V\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Mx \lor Ax)]]\ [1]$$

$$V\ [Ga \rightarrow (Ma \lor Aa)]\ [2]$$

$$F\ [Ga] \qquad V\ [Ma \lor Aa]\ [3]$$

$$V\ [Ma] \quad V\ [Aa]$$

Como ha podido apreciar el lector, en la eliminación del cuantificador universal considerado verdadero, podemos optar por trabajarlo de manera concreta o específica, reemplazando la variable por una constante. O de manera universal, o genérica. Cuál de las dos opciones se siga dependerá de las circunstancias. Por ahora, prosigamos con nuestro ejemplo.

Como sabemos, al igual que en LP, una vez despejadas las ramas debemos pasar al análisis de ramas. En el presente caso, tenemos tres ramas:

$$V\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Mx \lor Ax)]]\ [1]$$

$$V\ [Ga \rightarrow (Ga \lor Aa)]\ [2]$$

$$F\ [Ga] \qquad V\ [Ga \lor Aa]\ [3]$$

Rama 1

$$V\ [Ga] \quad V\ [Aa]$$

Rama 2 **Rama 3**

Análisis de ramas

Rama 1: ______, F [Ga]

Rama 2: ______, V [Ga]

Rama 3: V [Aa], _____

Una vez culminado el análisis de ramas, es necesario tabular y analizar los distintos EPM resultantes para determinar en cuál o cuáles se cumple nuestra hipótesis (en este caso, que el esquema es verdadero).

Análisis de estado posible del mundo (EPM):

	A	G
1.	V	V
2.	V	F
3.	F	V
4.	F	F

Ejemplo 2: análisis de esquema molecular con cuantificador universal y valor de verdad falso con una constante individual

Para entender el funcionamiento de la falsedad del universal, examinemos el siguiente caso concreto.

«Todos los cuervos son negros».

Para demostrar que este enunciado universal es falso, no es necesario establecer la verdad del anunciado contrario, esto es, «ningún cuervo es negro». Basta con establecer la verdad del enunciado contradictorio, esto es, demostrar que el enunciado «algún cuervo no es negro» es verdadero. Pero, como podemos apreciar, sabemos que para que el enunciado universal sea falso, basta que algún elemento de dicho enunciado sea falso, pero no sabemos cuál elemento es.

Por lo anterior, en el caso de un enunciado con cuantificador universal considerado falso, al despejar el cuantificador, no podemos, como en el caso anterior (cuando el cuantificador universal era considerado verdadero), reemplazarlo indistintamente por una metavariable (α) o una constante (a, b, c, etc.), sino que necesariamente deberá ser una constante. Lo anterior se debe a que, como ya hemos explicado, un enunciado universal es falso cuando por lo menos no se cumple en uno de los casos, pero no sabemos en cuál. Por otro lado, como no sabemos cuál es ese caso, no puede ser uno que haya aparecido antes en una rama conocida. De ahí el por qué escribimos una nota que sostiene «y no debe aparecer antes». Hechas las aclaraciones pertinentes, veamos el siguiente caso:

$$F\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Gx \vee Ax)]]$$

Como en este caso es imposible poder trabajar el esquema sin eliminar el cuantificador, lo primero que debemos hacer es eliminar dicho cuantificador al tiempo que se reemplaza la variable individual por una constante individual.

$$F\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Gx \vee Ax)]]$$

$$F\ [\ [Ga \rightarrow (Ga \vee Aa)]]$$

Eliminado de este modo el cuantificador, pasamos a operar como si fuera un esquema cualquiera, sin cuantificador.

F [(∀x) [Gx → (Gx v Ax)]] [1]

F [[Ga → (Ga v Aa)]] [2]

V [Ga]
F [Ga v Aa] [3]

F [Ga]
F [Aa]
======

Debido a que Ga es considerada V y, en la misma rama, es luego considerada F, dicha rama se anula. Y como es la única rama, todas las ramas se anulan. Como ya se explicó anteriormente, al anularse todas las ramas se asume que el esquema es de valor contrario al valor asignado. Como el valor asignado era F y todas las ramas se han cerrado, se concluye que el esquema es V, esto es, tautológico.

Ejemplo 3: análisis de esquema molecular con cuantificador universal y valor de verdad falso con dos constantes individuales.

En este ejemplo, podremos apreciar cómo se trabaja cuando hay más de una constante individual. Estos casos son los más complicados.

F [(∀x)Ax v (∀x)Bx v (∀x)Cx] [1]

F(∀x)Ax
F(∀x)Bx
F(∀x)Cx

Como cada uno de estos cuantificadores es universal y al mismo tiempo tienen valor de verdad falso, al eliminar el universal es necesario reemplazar la variable individual x. En cada caso, deberemos usar una constante individual distinta (podemos seguir el orden alfabético).

F [(∀x)Ax v (∀x)Bx v (∀x)Cx]

F(∀x)Ax [2]
F(∀x)Bx [3]
F(∀x)Cx [4]

F[Aa]
F[Bb]
F[Cc]

Como no hay contradicción, se concluye que el esquema no es tautológico y, por lo tanto, no es válido.

Ejemplo 4: análisis de esquema molecular con cuantificador existencial y valor de verdad verdadero con dos constantes individuales.

Supongamos que nos piden que determinemos si el siguiente esquema es contradictorio:

$$(\exists x)(Hx \vee Zx)$$

Como sabemos, la vía más fácil es suponer que el esquema es V, y sólo si todas las ramas se anulan, concluiremos que es F, esto es, contradictorio.

$$V\ [(\exists x)(Hx \vee Zx)]$$

Realizado lo anterior, lo primero que debemos tener presente es que tratamos con un cuantificador existencial. Esto es, no nos dice que todos los sujetos x tienen la característica H o Z, sino que existe por lo menos un individuo que posee la característica H, o por lo menos un individuo que posee la característica Z (que podría interpretarse, por ejemplo, como «existe un x tal que x es hombre o es zapatero»).

A diferencia del cuantificador universal considerado verdadero, en el caso del cuantificador existencial considerado verdadero no hay garantía alguna de que el mismo sujeto tenga tales características. Por ello, al eliminar el cuantificador existencial debemos reemplazarlo por una constante individual (a, b, c, etc.) sin repetir la misma constante en cada reemplazo, pues si lo hiciéramos estaríamos suponiendo que se trata del mismo individuo, y eso no lo sabemos.

Por ello, cuando trabajamos con el existencial considerado verdadero, cada vez que se reemplace la variable individual por una constante individual, debe usarse una constante individual distinta.

$$V\ [(\exists x)(Hx \vee Zx)]\ [1]$$

$$V\ [(Ha \vee Zb)]\ [2]$$

$$V\ [Ha] \qquad V\ [Zb]$$

Al no anularse todas las ramas, concluimos que el esquema no es contradictorio. En realidad, a todas luces se nota que es un esquema contingente, pues será verdadero cuando Ha sea verdadera o Za sea verdadera, pero no contempla casos en los cuales ellas son falsas. Esto lo puede comprobar fácilmente el lector realizando el análisis de rama y el análisis de estados posibles del mundo.

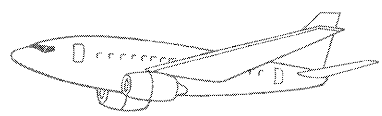
Ejemplo 5*:* análisis de esquema molecular con cuantificador existencial y valor de verdad falso.

Supongamos que queremos saber si el siguiente esquema es o no lógicamente válido:

$$[(\exists x)Hx \vee (\exists x)Mx)]$$

Como ya hemos explicado, en casos como estos, lo mejor es suponer que el esquema es falso.

$$F[(\exists x)Hx \vee (\exists x)Mx)]$$



En el caso de un existencial falso, el procedimiento es distinto que en el de un existencial verdadero, pues suponer que una afirmación existencial es falsa, a diferencia de suponerla verdadera, alcanza la totalidad del universo del discurso.

Supongamos que nuestra afirmación sea la siguiente: «existe un x tal que x es hombre, o existe un x tal que x es mortal». Al negar esta afirmación, negamos que cualquier individuo existente sea hombre o que cualquier individuo existente sea mortal. No importa cuál individuo sea, la negación afecta a todos. Por ello, su tratamiento no requiere el uso de constantes individuales, sino se puede mantener en el nivel general, esto es, en α.

$$F\ [(\exists x)Hx \vee (\exists x)Mx)]\ [1]$$
$$|$$
$$F[(\exists x)Hx]\ [2]$$
$$F[(\exists x)Mx]\ [3]$$
$$|$$
$$F\ [H\alpha]$$
$$|$$
$$F\ [M\alpha]$$

Al no anularse todas las ramas, concluimos que el esquema no es lógicamente válido.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Elabore fórmulas concretas que correspondan a los siguientes esquemas:

a. $(\forall\beta)\ (\psi\ \beta \rightarrow \theta\ \beta)$

b. $(\exists\beta)\ (A\gamma \vee C\alpha)$

II. Determine a través del método de los diagramas semánticos si los siguientes esquemas son lógicamente válidos:

a. $(\exists x)Gx \vee (\exists x)Mx$

b. $(\exists x)[Ax \vee Mx]$

c. $((\forall x)Ax \vee (\forall x)Bx) \rightarrow (\forall x)Cx$

d. $(\exists x)Bx \rightarrow (\forall x)\ Dx$

e. $(\forall x)Ax \leftrightarrow \sim (\exists x) \sim Gx$

Capítulo 17
DERIVACIONES

17.1 Reglas lógicas de introducción y eliminación de cuantificadores

CAPACIDADES:

Comprender y aplicar la prueba formal de validez.

Como este tema ya ha sido explicado en detalle en la parte correspondiente a LP, aquí sólo nos ocuparemos de algunas reglas adicionales que son necesarias para trabajar en LC, así como también a presentar de manera genérica dicho método.

Estas reglas son requeridas porque únicamente las fórmulas cerradas son consideradas *in stricto sensu* proposiciones; por ello, sólo se trabajan con esquemas totalmente cuantificados.

No obstante lo anterior, para poder aplicar las distintas reglas de equivalencia y de implicancia (en general las reglas de inferencias), se requiere que los distintos elementos que componen los esquemas proposicionales se encuentren libres, por lo que, durante el proceso operativo, no pueden estar cuantificados. De ahí la necesidad de estas reglas.

17.1.1 Regla de Eliminación del Universal (EU)

Consiste en eliminar el cuantificador universal y reemplazar la variable cuantificada por una variable libre, ya sea una constante individual o una variable individual. Por ejemplo:

Sea el esquema el siguiente:

$$(\forall x)(Hx \rightarrow Px)$$

Por la Regla de Eliminación del Universal, obtenemos el siguiente esquema no cuantificado: $Hx \rightarrow Px$. También es posible: $Hy \rightarrow Py$, o incluso $Ha \rightarrow Pa$.

¿Por qué? Porque una proposición con un cuantificador universal nos dice que todos los elementos que constituyen la clase tienen la característica que se predica, por lo que puede ser cualquiera de ellos en general (simbolizado por la misma constante 'x' o si queremos por otra constante) o cualquiera de ellos en concreto (simbolizado en este caso por la variable de individuo 'a', también podía haber sido cualquier otra).

Generalizando:

$(\forall x)\phi x$
$\therefore \phi\alpha$

Donde 'ϕ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), 'α' representa a cualquier individuo, ya sea en general (*constante individual*) o en concreto (constante individual) y 'x' representa una variable cuantificada.

17.1.2 Regla de Introducción del Universal (IU)

Es la regla inversa a la anterior. En ella iniciamos con un esquema no cuantificado, por ejemplo; $Hy \rightarrow Py$.

Este esquema es luego cuantificado, pero así como al descuantificar en el caso anterior se reemplazó una variable cuantificada por otra no cuantificada, en este caso debemos reemplazar la variable no cuantificada por otra cuantificada.

Por la Regla de Introducción del Universal, obtenemos el siguiente esquema cuantificado:

$$\boxed{(\forall x)\ (Hx \rightarrow Px)}$$

No seguimos usando 'y' por cuanto es una variable no cuantificada. Por ello, al cuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo, no tiene por qué ser necesariamente 'y' (podría también haber sido 'z', 'a', etc., esto es, cualquier constante o variable que estuviese descuantificada y luego hubiéramos de cuantificar).

Generalizando:

$\phi\alpha$
$\therefore (\forall x)\phi x$

Donde 'ϕ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), 'ϕ' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual, y 'x' representa 'α' cuantificada.

17.1.3 Regla de Eliminación del Existencial (EE)

El procedimiento es similar al de la eliminación del universal, con una única salvedad que indicaremos más adelante. Consiste en eliminar el cuantificador existencial y reemplazar la variable cuantificada por una variable libre, ya sea una constante individual o una variable individual. Por ejemplo:

Sea el esquema el siguiente:

$$(\exists x)(Hx \wedge Px)$$

Por la Regla de Eliminación del Existencial, obtenemos el siguiente esquema no cuantificado: $Hy \wedge Py$.

No seguimos usando 'x' por cuanto es una variable cuantificada. Por ello, al descuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo, no tiene por qué ser necesariamente 'y' (podría también haber sido 'z'), sino que hemos decidido usar 'y' porque sigue en orden alfabético a 'x'.

Generalizando:

$(\exists x)\phi x$
$\therefore \phi\alpha$

Donde 'ϕ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), 'α' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual, y 'x' representa una variable cuantificada.

Llegados a este punto, es necesario indicar la salvedad a la que nos referimos anteriormente. Cuando se aplica la eliminación del existencial, el objeto de referencia cuantificado debe ser reemplazado por un nombre propio o constante individual (esta no tiene que haber sido aún utilizada, para evitar confusiones). De ahí que en caso de tener que aplicar una EU y una EE, se proceda primero con la EE y luego, al aplicar la EU, se represente la variable descuantificada por aquella que reemplaza a la del existencial.

Si no se hace esto, entonces podemos llegar de premisas como 'hay un animal que es murciélago' o 'hay un animal que es ballena', a concluir que 'hay animales que son simultáneamente murciélagos y ballenas'. ¿Por qué? Porque al reemplazar los respectivos existenciales, se utilizó la misma variable o constante.

17.1.4 Regla de Introducción del Existencial (IE)

Es la regla inversa a la anterior. En ella iniciamos con un esquema no cuantificado, por ejemplo, $Hy \wedge Py$.

Este esquema es luego cuantificado, pero así como al descuantificar en el caso anterior se reemplazó una variable cuantificada por otra no cuantificada, en este caso debemos reemplazar la variable no cuantificada por otra cuantificada.

Por la Regla de Introducción del Existencial, obtenemos el siguiente esquema cuantificado:

$$(\exists x)\ (Hx \wedge Px)$$

Al igual que en los casos anteriores, no seguimos usando 'y' por cuanto es una variable no cuantificada. Por ello, al cuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo, no tiene por qué ser necesariamente 'y' (podría también haber sido 'z', 'a', etc., esto es, cualquier constante o variable que estuviese descuantificada y luego hubiéramos de cuantificar).

Generalizando:

$(\exists x)\phi x$
$\therefore \phi\alpha$

Donde 'ϕ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), 'α' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual, y 'x' representa 'α' cuantificada.

Se sigue el mismo procedimiento mencionado, sólo que se pueden ir «eliminando» las constantes 'x', 'y', 'z', y reemplazarlas por alguna que ya esté presente.

Ejemplo:

$$(\forall x)(\forall y)(Axy \rightarrow \sim Axy)$$

Podríamos eliminar 'y', y quedarnos sólo con 'x' reemplazando 'y' por 'x' al momento de eliminar el cuantificador e indicándolo de la siguiente manera: 'x/y'. Este artificio es útil cuando se realizan análisis de validez para proposiciones con predicados de grado dos o superiores.

17.2 Procedimiento

a. Formalización de la inferencia.
b. Eliminación de los cuantificadores según las reglas respectivas.
c. Derivación de la conclusión, utilizando tanto las reglas de implicancia como las reglas de equivalencia.
d. Introducción de cuantificadores según las reglas respectivas.

17.2.1 Derivaciones para inferencias con proposiciones categóricas típicas

Sea la siguiente inferencia que se busca analizar:

«Todos los hombres son mortales. Sócrates es hombre. Por lo tanto, Sócrates es mortal».

El lector recordará que al inicio de nuestro estudio de LC analizamos esta inferencia bajo LP y vimos que el resultado era que dicha inferencia era lógicamente inválida. También recordará el lector que nosotros sostuvimos que no lo era, y que si así aparecía en LP era por la falta de potencia de dicho lenguaje lógico. Pues bien, ha llegado la hora de cumplir con lo ofrecido y demostrar en el lenguaje de LC que esta inferencia sí es válida.

Formalizando, tenemos:

1. $(\forall x)(Hx \rightarrow Mx)$
2. $Hs \mathbin{/} \therefore Ms$

Que se lee: «para todo x, si x es hombre, entonces x es mortal. Sócrates es hombre. Por lo tanto, Sócrates es mortal».

Al aplicar las reglas de inferencia que hemos aprendido, podemos proceder de la siguiente manera para probar la validez de la siguiente inferencia.

3.	$Hs \rightarrow Ms$	De 1, por EU
4.	Ms	De 2 y 3, por MP

De este modo hemos demostrado que la inferencia es válida, pues de las premisas dadas sí se deriva la conclusión propuesta.

Sea la inferencia que se busca analizar:

«Todas las criaturas agresivas son vistas con desconfianza. Todas las víboras son criaturas agresivas. Luego, todas las víboras son vistas con desconfianza».

Formalizando, tenemos:

1. $(\forall x)(Cx \rightarrow Vx)$
2. $(\forall x)(Ix \rightarrow Cx) \mathbin{/} \therefore (\forall x)(Ix \rightarrow Vx)$

Que se lee: «para todo x, si x es una criatura agresiva, entonces x es vista con desconfianza. Para todo x, si x es una víbora, entonces x es una criatura agresiva. Por lo tanto, para todo x, si x es una víbora, entonces x es vista con desconfianza».

Al aplicar las reglas de inferencia que hemos aprendido, podemos proceder de la siguiente manera para probar la validez de la inferencia formalizada.

3.	$Cx \rightarrow Vx$	De 1, por EU
4.	$Ix \rightarrow Cx$	De 2, por EU
5.	$Ix \rightarrow Vx$	De 3 y 4, por SH
6.	$(\forall x)(Ix \rightarrow Vx)$	De 5, por IU

Al igual que en el caso anterior, de este modo hemos demostrado que la inferencia es válida, pues de las premisas dadas sí se deriva la conclusión propuesta.

17.2.2 Derivaciones para inferencias asilogísticas

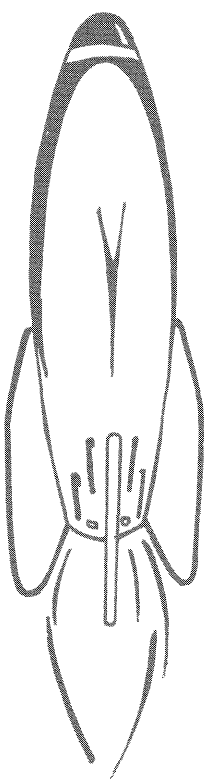
Una inferencia asilogística es un razonamiento en cuya estructura hay proposiciones cuyo esquema no se corresponde con el de las proposiciones categóricas típicas. Sin embargo, es necesario hacer la salvedad de que nosotros nos ocuparemos únicamente de esquemas básicos, esto es, esquemas que contienen una sola variable de individuo.

El procedimiento visto es universal, esto es, puede aplicarse tanto a proposiciones categóricas como no categóricas. En ese sentido, lo único que cambia es el aspecto formal de las premisas o de las conclusiones, mas metodológicamente todo se mantiene igual. Veamos ahora un caso de inferencia con proposiciones no categóricas.

«Las hostales son baratas, pero sucias. Además, algunas hostales son sórdidas. Por lo tanto, algunas cosas baratas son sórdidas».

Como se trata de un caso de inferencia asilogística, explicaremos nuestro procedimiento de manera más detallada.

En primer lugar, debemos formalizar. El primer enunciado (premisa) sostiene que las hostales son a la vez que baratas, sucias. En otras palabras, ambas propiedades se predican del mismo sujeto de manera general, de ahí que su simbolización sea:



$$\boxed{(\forall x)[Hx \rightarrow (Bx \wedge Sx)]}$$

El segundo enunciado (segunda premisa) sostiene que algunas hostales tienen la propiedad de ser sórdidas. Como no se trata de las hostales en general sino de algunas, procede el cuantificador existencial. Formalizando, tenemos:

$$\boxed{(\exists x)(Hx \wedge Ox)}$$

Como término predicativo de 'sórdido' no podemos usar 'S', pues ya ha sido utilizada en la anterior premisa para representar 'sucio'. De ahí que utilicemos 'O'.

Finalmente, el tercer enunciado (conclusión) sostiene que algunas cosas baratas son sórdidas. Igual que en el caso anterior, estamos frente a un predicado existencial. Formalizando:

$$\boxed{(\exists x)(Bx \rightarrow Sx)}$$

Pasemos ahora a la determinación de la validez de la inferencia ya formalizada:

1.	$(\forall x)[Hx \rightarrow (Bx \wedge Sx)]$	
2.	$(\exists x)(Hx \wedge Ox) \;/ \therefore (\exists x)(Bx \rightarrow Sx)$	
3.	$Ha \wedge Oa$	De 2, por EE
4.	$Ha \rightarrow (Ba \rightarrow Sa)$	De 1, por EU
5.	Ha	De 3, por Simp.
6.	$Ba \rightarrow Sa$	De 4 y 5, por MP
7.	$(\exists x)\ (Bx \wedge Sx)$	De 6, por IE

Con esto hemos demostrado que la conclusión sí se deriva de las premisas, por lo cual la inferencia es válida.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Construya una prueba de validez para las siguientes inferencias:

a) 1. $(\forall x)\ (Ax \rightarrow Bx)$

2. $(\forall x)\ (Cx \rightarrow Ax)\ /\therefore (\forall x)\ (Cx \rightarrow Bx)$

b) 1. $(\forall x)\ (\sim Ax \vee Bx)$

2. $(\exists x)\ (Fx \wedge Ax)\ /\ \therefore\ (\exists x) \sim (\sim Fx \vee \sim Bx)$

c) 1. $(\forall x)\ (Ax \rightarrow Mx)$

2. $(\forall x)\ (Rx \rightarrow Ax)\quad /..(\exists x)\ (Rx \wedge Mx)$

II. Formalice las siguientes inferencias y luego efectúe una prueba de validez:

a. Todos los hombres son racionales. Ningún delfín es racional. Por tanto, ningún delfín es hombre.

b. Existen abogados no corruptos. Luego, no todos los abogados son corruptos.

c. Si son personas altas o fuertes, entonces son guardaespaldas o agentes de seguridad. Por tanto, todas las personas fuertes son guardaespaldas.

d. Si una primera persona es bisabuela de una segunda, entonces la segunda no puede ser bisabuela de la primera. En consecuencia, ninguna persona es bisabuela de sí misma (para realizar la prueba de validez, reemplácese la 'y' por 'x' al eliminar el cuantificador).

TERCERA EVALUACIÓN

I. Formalice los siguientes enunciados (1 pto. c/u):

a. Algunos no humanos no son peces.

b. Todos los jueces son abogados.

c. Algunos postulantes no aprobaron el examen.

d. Sólo unos cuantos ingenieros son también abogados.

e. La mayoría de los estudiantes tiene buen rendimiento.

II. Formalice los siguientes enunciados y determine cuál es su esquema proposicional equivalente (puede negarse el cuantificador) (1 pto. c/u):

a. Los seres humanos no son perfectos.

b. Algunos reptiles no son anfibios.

c. Los matemáticos son expertos en algoritmos.

d. No hay dinosaurio alguno que no esté muerto.

III. Realice la prueba de validez de los siguientes esquemas (3 ptos. c/u):

a) 1. $(\forall x)\ (Px \rightarrow Qx)$

2. $(\forall x)\ \sim(Px \vee Qx)$

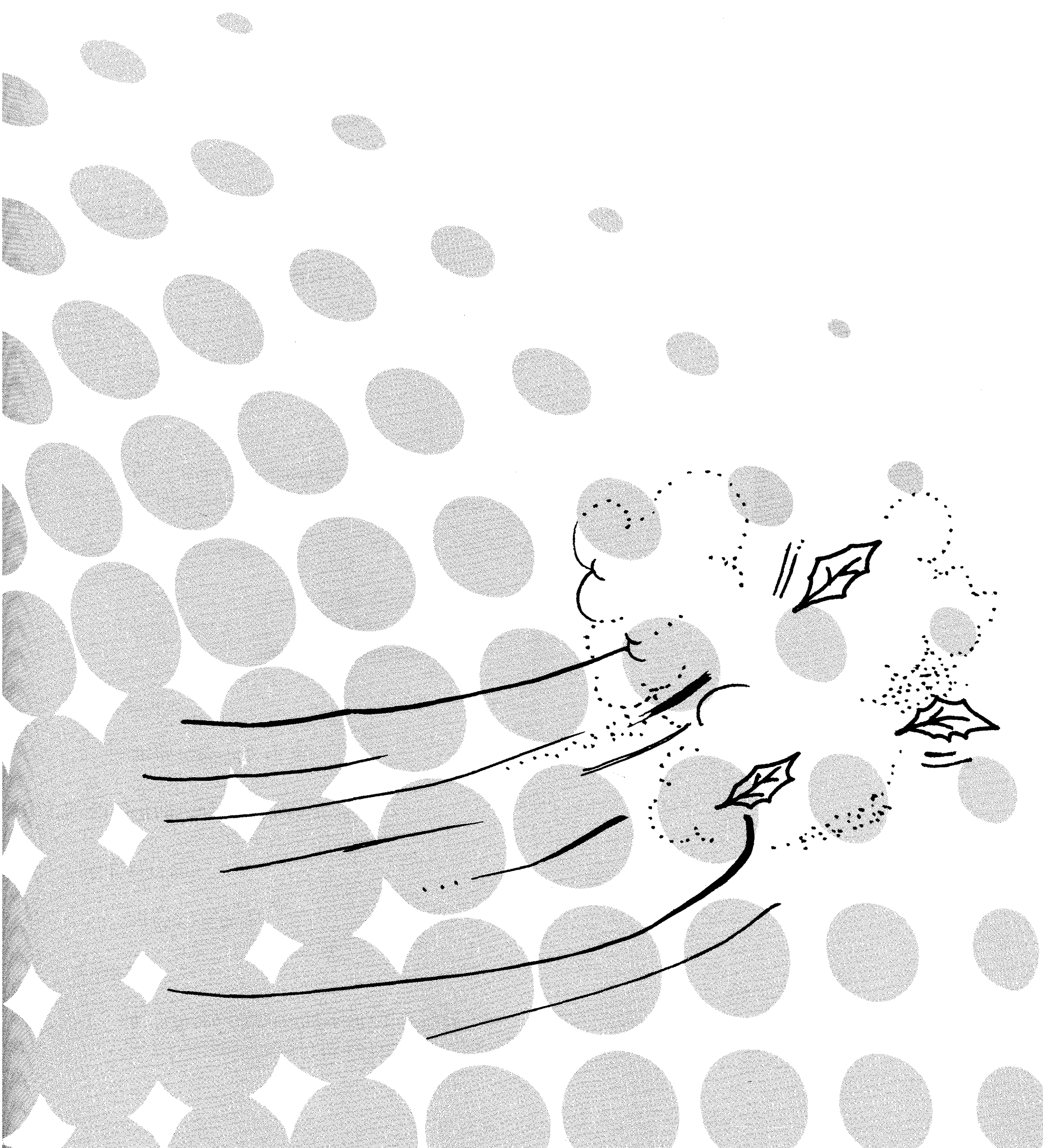
3. $(\forall x)\ (\sim Rx \rightarrow Px\ ) / \therefore (\exists)\ Rx$

b) 1. $(\forall x)\ (Cx \rightarrow Rx)$

2. $(\forall x)\ (Tx \rightarrow \sim Rx) / \therefore (\forall x)\ (Tx \rightarrow \sim Cx)$

UNIDAD IV

Silogística



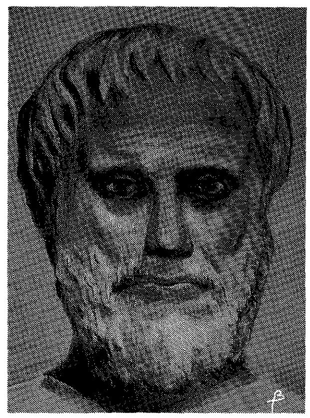
Capítulo 18
LA PREPOSICIÓN CATEGÓRICA

18.1 Definición

Las proposiciones categóricas son oraciones o enunciados que indican o establecen relaciones de inclusión o exclusión total o parcial entre términos referidos a conjuntos o clases.

CAPACIDAD:

Comprender la naturaleza de la proposición categórica.



18.2 Las cuatro proposiciones categóricas

18.2.1 El Universal Afirmativo

Su forma es:

'todos lo x son ϕ'

Donde:

'ϕ' representa cualquier predicado posible.
'x' representa cualquier objeto del cual se predica.

Formalizando tenemos:

$$(\forall x)\phi x$$

Que se lee:

'para todo x, x es ϕ'

18.2.2 El Universal Negativo

Su forma es:

'ningún x es ϕ'

Donde:

'ϕ' representa cualquier predicado posible.
'x' representa cualquier objeto del cual se predica.

Formalizando, tenemos:

$$(\forall x) \sim \phi x$$

Que se lee:

'para todo x, x no es ϕ'

18.2.3 El Particular Afirmativo

Su forma es:

'algunos x que son ϕ'

Donde:

'ϕ' representa cualquier predicado posible.
'x' representa cualquier objeto del cual se predica.

Formalizando, tenemos:

$$(\exists x)\ \phi x$$

Que se lee:

'existe(n) algún(os) x que es(son) ϕ'

18.2.4 El Particular Negativo

Su forma es:

'algunos x no son ϕ'

Donde:

'ϕ' representa cualquier predicado posible.
'x' representa cualquier objeto del cual se predica.

Formalizando, tenemos:

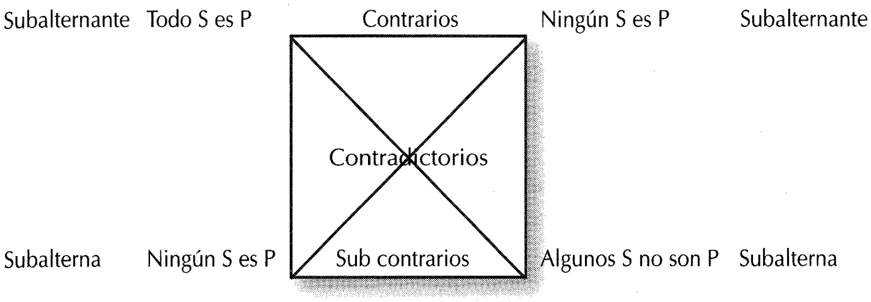
$$\sim \phi x$$

Que se lee:

'existe(n) algún(os) x que no son ϕ'

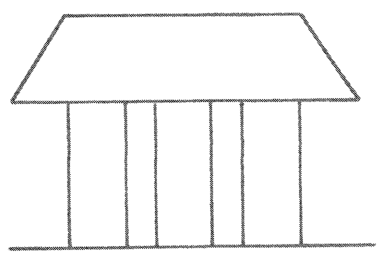
18.3 El cuadro de oposición o de Boecio

18.3.1 Versión tradicional



La Universal Afirmativa recibe también la denominación de 'A', mientras la particular afirmativa recibe el nombre de 'I'. Esto viene de las dos primeras vocales del término latín 'AFFIRMO'.

La Universal Negativa se denomina también 'E', mientras la particular negativa se denomina 'O'. Esto viene de las dos sílabas que componen el término latino 'NEGO'.



Contradictorias

Esta relación se da entre una proposición universal y una proposición particular. Dos proposiciones son contradictorias cuando difieren en calidad (universal vs. particular o a la inversa), al tiempo que en cualidad (afirmativa vs. negativa y a la inversa). Ambas no pueden ser simultáneamente verdaderas o simultáneamente falsas. Por lo anterior:

a. El Universal Afirmativo es contradictorio con el Particular Negativo y viceversa.

b. El Universal Negativo es contradictorio con el Particular Afirmativo y viceversa.

- ***Contrarias.*** Son los enunciados universales, que sólo difieren en cualidad. Ambas no pueden ser verdaderas, pero sí pueden ser falsas.

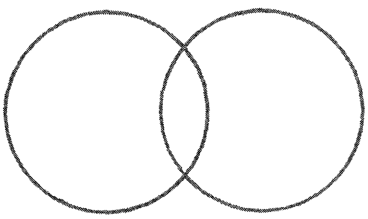
- ***Subcontrarias.*** Son los enunciados particulares, que difieren entre sí sólo por la cualidad.

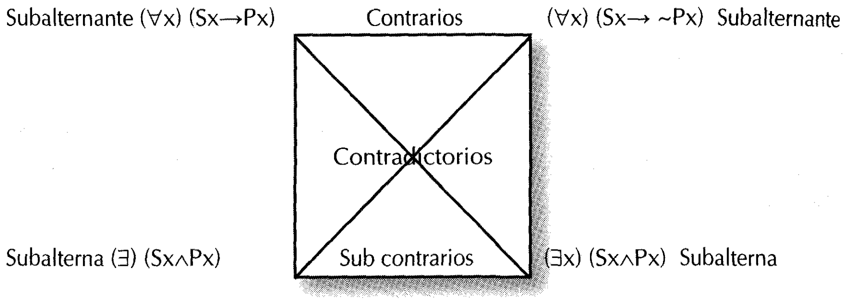
- ***Subalternantes.*** Son las proposiciones universales en relación con sus respectivas proposiciones particulares. Una proposición universal verdadera implica una proposición particular verdadera, mientras de una proposición universal falsa nada se concluye.

- ❖ ***Subalternas***. Son las proposiciones particulares en relación con sus respectivas proposiciones universales. De una particular falsa se implica una proposición universal falsa, mientras de una proposición particular verdadera nada se concluye.

18.3.2 Versión contemporánea

La versión contemporánea mantiene las mismas relaciones lógicas que la versión tradicional, con la diferencia de que los enunciados están cuantificados.





En este cuadro se aplica lo mismo que en el cuadro anterior, sólo que su presentación se hace a través de proposiciones categóricas formalizadas. En LC se suele trabajar con este cuadro, y no tanto con el otro.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Según el cuadro tradicional de la oposición, si cada una de las proposiciones siguientes es verdadera, ¿cuáles conclusiones se pueden derivar válidamente de cada una de ellas?

a. Todos los turistas visitan centros arqueológicos.
b. Ningún axioma se deriva de otra proposición.
c. Algunos políticos no son partidarios de la economía liberal.
d. Algunos religiosos liberales están de acuerdo con el aborto.
e. No todos los fármacos curan la enfermedad.
f. Es falso que ningún científico sea político liberal.
g. No existen países tercermundistas que sean colonialistas.
h. No es el caso que algunos antropólogos no sean socialistas.

II. Según el cuadro tradicional de la oposición, si cada una de las proposiciones siguientes es falsa, ¿cuáles conclusiones se pueden derivar válidamente de cada una de ellas?

a. Todos los políticos son grandes oradores.
b. Ninguna empresa transnacional exporta animales domésticos.
c. Algunos metales preciosos son baratos.
d. Algunos animales poiquilotermos no viven en los polos.
e. No todos los graduados universitarios son profesionales.
f. No existen terrestres que viven en Marte.
g. Es falso que ningún deportista sea indisciplinado.
h. Toda lana de exportación no es de vicuña.

III. Determine el enunciado que cumple con la relación lógica que se le pide:

a. El subalterno de 'ningún x trabaja'.
b. El contrario de 'todos los x son futbolistas'.
c. El contradictorio de 'algunos x no son grises'.
d. El subcontrario del contradictorio de contrario de 'todos los x son hombres'.
e. El subalternante del contradictorio del contrario de 'ningún x está vivo'.

Capítulo 19
EL SILOGISMO CATEGÓRICO TÍPICO

CAPACIDAD:

Comprender la naturaleza del silogismo categórico típico, así como su estructura.

19.1 Definición

Un silogismo categórico típico es un razonamiento deductivo compuesto de tres enunciados categóricos típicos, dos de los cuales son las premisas y el tercero es la conclusión.

19.2 Estructura

La estructura del silogismo es la siguiente:

- PREMISA MAYOR
- PREMISA MENOR
- CONCLUSIÓN

La primera premisa está formada por el predicado de la conclusión más el «término medio», que es un enunciado que sólo aparece en las premisas, mas no en la conclusión. Esta se denomina «premisa mayor».

La segunda premisa está formada por el sujeto de la conclusión más el término medio. Esta se denomina «premisa menor».

La conclusión es una proposición categórica típica con dos términos: un sujeto y un predicado.

19.3 Figuras del silogismo categórico típico

Cuatro son las figuras del silogismo categórico típico. Ellas se originan de la manera como está distribuido el término medio:

Primera figura:

MP
SM
SP

Segunda figura:

PM
SM
SP

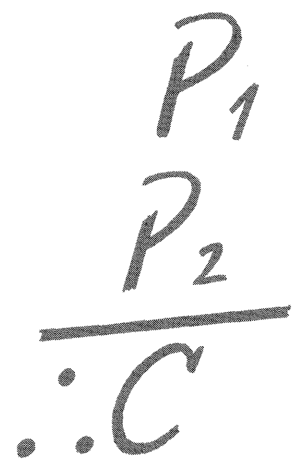
Tercera figura:

MP
MS
SP

Cuarta figura:

PM
MS
SP

19.4 Modos del silogismo categórico típico



Los modos son las diversas posibilidades que tienen los enunciados categóricos típicos de ser universales o particulares y afirmativos o negativos.

a: Universal afirmativo

i: Particular afirmativo

e: Universal negativo

o: Particular negativo

Como pueden darse 64 modos diferentes y existen 4 figuras del silogismo, desde el punto de vista combinatorio pueden darse 256 posibilidades. Sin embargo, no todas ellas son válidas.

Capítulo 20
EL MÉTODO DE LAS REGLAS ARISTOTÉLICAS DEL SILOGISMO

CAPACIDAD:

Aplicar las reglas aristotélicas para determinar la validez de un razonamiento silogístico.

20.1 Definición

Conjunto de reglas que remiten a los textos lógicos de Aristóteles de Estagira, en especial a sus *Analíticos segundos.*

20.2 Reglas aristotélicas del silogismo

Tradicionalmente, se determinaba la validez de un silogismo aplicando las siguientes reglas, que remiten a Aristóteles:

a. Deben haber sólo tres términos: mayor, medio y menor, los cuales se deben usar en el mismo sentido en todo el silogismo.
b. Ningún término debe figurar en la conclusión con mayor extensión que en las premisas.
c. El término medio debe tomarse una vez en cada premisa.
d. El término medio no debe aparecer en la conclusión.
e. De dos premisas afirmativas no se puede derivar una conclusión negativa.
f. De dos premisas negativas nada se concluye.
g. La conclusión sigue siempre la parte más débil de las premisas. Luego, si una premisa es particular, la conclusión es particular; y si una premisa es negativa, la conclusión es negativa.
h. De dos premisas particulares no puede haber conclusión.

20.3 Posibilidades lógicamente válidas del silogismo

Hemos mencionado que existen 256 posibilidades en que puede presentarse un silogismo categórico en forma típica. Aplicando las reglas antes mencionadas, 19 modos serían válidos. Sin embargo, al aplicar el método de los diagramas de Venn y otras técnicas contemporáneas, se ha demostrado que 4 de ellos no son correctos. Así, solamente 15 de estas 256 posibilidades son lógicamente válidas. Estas posibilidades son las siguientes:

a. Modos válidos para la primera figura:

aaa, eae, aii, eio

b. Modos válidos para la segunda figura:

eae, aee, eio, aoo

c. Modos válidos para la tercera figura:

iai, aii, oao, eio

d. Modos válidos para la cuarta figura:

aee, iai, eio

De este modo, frente a un silogismo categórico típico, tras identificar primero su figura y luego su modo, sería lógicamente válido sólo si perteneciera a una de las posibilidades señaladas.

Ejemplo:

Determinar si el siguiente silogismo categórico típico es o no lógicamente válido:

«Todos los profesionales son altruistas. Dado que algunos médicos son profesionales, entonces algunos médicos son altruistas».

Primero, debemos establecer la figura. Para ello, es necesario determinar el término mayor (S), el término medio (M) y el término menor (P).

Todos los profesionales son altruistas.	MP
Algunos médicos son profesionales.	SM
Algunos médicos son altruistas.	SP

La figura correspondiente es la primera.

Establecida la figura, debemos establecer el modo.

El modo correspondiente es *aia.*

Finalmente, debemos revisar nuestra tabla para ver si la figura con el modo resultante está o no considerada como lógicamente válida. Recordemos que los modos válidos para la primera figura son *aaa*, *eae*, *aii* y *eio.*

Vemos que el modo resultante no se encuentra listado en nuestro catálogo. Por lo tanto, el silogismo no es válido.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Por las reglas del silogismo, determine la validez o invalidez de cada una de las siguientes inferencias. Si es inválida, diga cuál regla la invalida.

a. Ningún paralogismo es un sofisma. Todo paralogismo es una falacia. Luego, algunas falacias no son sofismas.

b. Las leyes lógicas son tautologías. Ninguna tautología es inconsistente. Luego, nada que sea inconsistente es una ley lógica.

c. Si los números son objetos ideales y los números son objetos matemáticos, entonces algunos objetos matemáticos son objetos ideales.

d. Algunas conclusiones basadas en la experiencia son verdaderas. Ninguna conclusión que se basa en la experiencia es totalmente segura. Luego, algunas conclusiones verdaderas no son totalmente seguras.

e. La metateoría está formulada por un metalenguaje. La metalógica es una metateoría. Luego, la metalógica está formulada por un metalenguaje.

f. Los modelos económicos son representaciones simplificadas de la realidad. Las representaciones simplificadas de la realidad son expresiones matemáticas. Luego, algunas expresiones matemáticas son modelos económicos.

g. Cualquier pata pone huevos. Las mesas son objetos que tienen patas. Luego, las mesas ponen huevos.

h. Si los políticos son habladores y ciertos loros son habladores, entonces ciertos loros son políticos.

i. Los mexicanos son americanos. Los cubanos son americanos. Entonces, los cubanos son mexicanos.

j. Si los jóvenes son deportistas y los viejos son jóvenes, entonces los viejos son deportistas.

Capítulo 21
LOS DIAGRAMAS DE VENN

21.1 Definición

Método decisorio creado por el lógico y matemático inglés John Venn (1834-1923) sobre la base del álgebra de conjuntos. Consiste en representar las proposiciones categóricas a través de gráficas circulares.

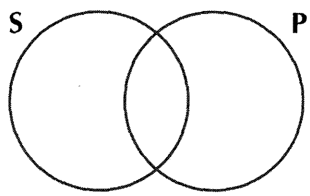
20.2 Representación de las proposiciones categóricas típicas

21.2.1 Universal Afirmativo

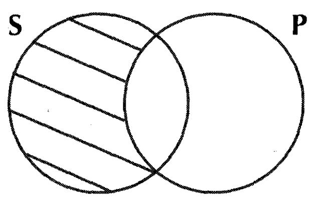
El enunciado general del universal afirmativo es:

Todos los S son P

S se representa por un conjunto y P por otro. Al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.



Como el enunciado sostiene que «todos los S son P», ello se puede interpretar en el sentido de que no existe ningún elemento en el conjunto S que no sea P. Por tanto, la parte del conjunto S que no se interseca con P es vacía. Ello se representa sombreando dicha parte.

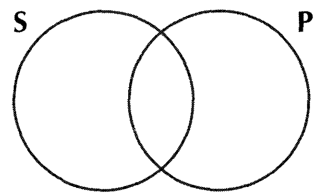


21.2.2 Universal Negativo

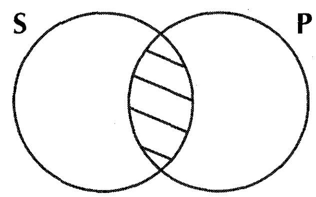
El enunciado general del universal negativo es:

Ningún S es P

S se representa por un conjunto y P por otro. Al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.



Como el enunciado sostiene que «ningún S es P», ello se puede interpretar en el sentido de que no existe ningún elemento en el conjunto S que sea P. Por tanto, la parte del conjunto S que se interseca con P es vacía. Ello se representa sombreando dicha parte.

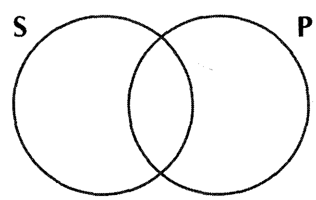


21.2.3 Particular Afirmativo

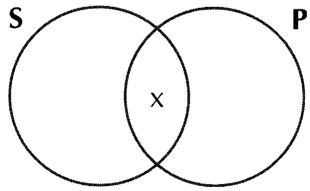
El enunciado general del particular afirmativo es:

Algunos S son P

S se representa por un conjunto y P por otro. Al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.



Como el enunciado sostiene que «algunos S son P», ello se puede interpretar en el sentido de que existe al menos un elemento que tiene la propiedad de S y la propiedad de P. Por tanto, la parte del conjunto S que se interseca con P tiene por lo menos un individuo. Ello se representa a través de una x.

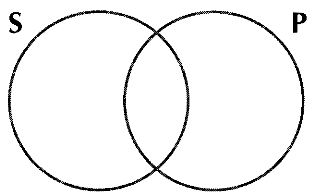


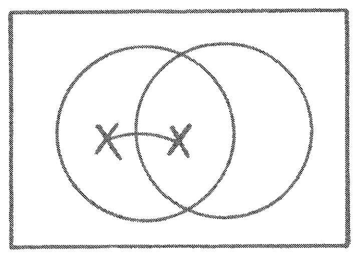
21.2.4 Particular Negativo

El enunciado general del particular negativo es:

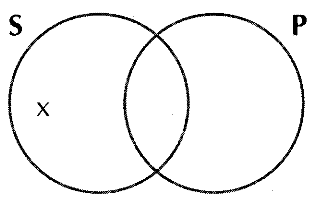
Algunos S no son P

S se representa por un conjunto y P por otro. Al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.





Como el enunciado sostiene que «algunos S no son P», ello se puede interpretar en el sentido de que existe al menos un elemento que tiene la propiedad de S y carece de la propiedad de P. Por tanto, la parte del conjunto S que no se interseca con P tiene por lo menos un individuo. Ello se representa a través de una x.



21.3 Diagramas de Venn para silogismos

21.3.1 Procedimiento

a. Representar la figura y el modo del silogismo.

b. Representar gráficamente las dos premisas del silogismo aplicando los diagramas de Venn.

c. Determinar si al representar gráficamente las premisas quedó también representada la conclusión. Sólo es válido el silogismo si la conclusión quedó automáticamente representada.

Ejemplo:

Algunos filósofos son alemanes

<u>Todos los berlineses son alemanes</u>

Luego, algunos berlineses son filósofos

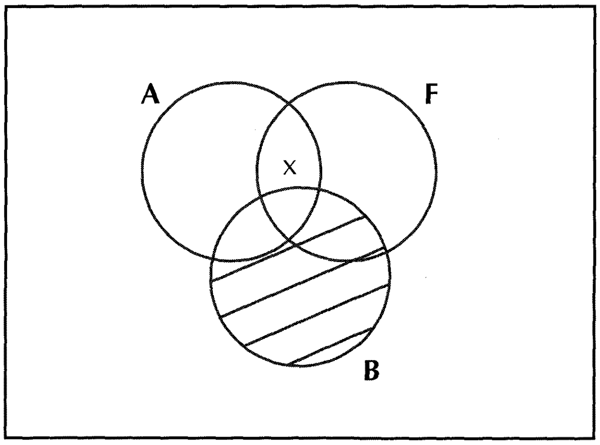
Filósofos	=	F
Alemanes	=	A
Berlineses	=	B

Algunos son	=	i
Todos son	=	a
Algunos son	=	i

FiA

BaA

BiF



Como vemos, la conclusión no ha quedado automáticamente graficada, por lo tanto el silogismo no es válido.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

I. Grafique en los diagramas de Venn cada una de las siguientes proposiciones:

a. Algunos científicos obtuvieron premios internacionales.

b. Ningún apolítico es irreligioso.

c. Todos los islámicos no son fundamentalistas.

d. Algunos que no son literatos trabajan en laboratorios de genética.

e. Todos los que no son disidentes asistieron a la asamblea del pueblo.

f. Es falso que algunos que no son luchadores sociales asistan a la votación.

g. No es el caso que ninguno que no sea deportista no sea científico.

II. Por el método de los diagramas de Venn, decida la validez o invalidez de cada una de las siguientes inferencias:

a. Algunos estudiantes politizados no asisten a clases, de modo que algunos que asisten a clases no son estudiantes politizados.

b. Todos los gobernantes son políticos, por lo tanto ningún gobernante es apolítico.

c. Todos los ingenieros son profesionales. Por lo tanto, todos los no profesionales son no ingenieros.

d. Todos los defensores de los derechos humanos son luchadores sociales. De allí que algunos luchadores sociales son defensores de los derechos humanos.

CUARTA EVALUACIÓN

I. Determine a través de los diagramas de Venn si los siguientes silogismos son o no válidos (4 ptos. c/u):

a. Todo trabajador dependiente es un asalariado

   <u>Ningún asalariado es un patrón</u>

   Ningún patrón es un trabajador dependiente

b. Algunos religiosos son fundamentalistas, puesto que ningún irreligioso es apolítico y ningún político es fundamentalista.

II. Según el cuadro tradicional de la oposición, explique con ejemplos las relaciones entre las contrarias y las contradictorias (4 puntos).

a. Contrarias

b. Contradictorias

III. A través de las reglas aristotélicas, determine si los siguientes silogismos son o no válidos (4ptos. c/u):

1. Todos los mamíferos son vertebrados

   <u>Algunos animales son mamíferos</u>

   Algunos animales son vertebrados

2. Todos los peces son acuáticos

   <u>Los tiburones son peces</u>

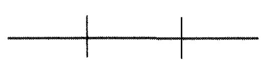
   Los tiburones son acuáticos

Apéndice 1
APLICACIONES TECNOLÓGICAS DE LA LÓGICA

Las aplicaciones de la lógica no se restringen sólo al análisis de validez de las inferencias proposicionales: ella también tiene aplicaciones prácticas en la informática y en la electrónica. En la primera, en el diseño de lenguajes de programación, así como en la Inteligencia Artificial (IA); y en la segunda, en el diseño de circuitos, por dar un ejemplo. Nos concentraremos en este último aspecto.

I.1. Circuitos lineales

Cualquier proposición de LP puede simbolizarse como un pequeño circuito con una entrada de corriente, un switcher o interruptor y una salida de corriente. Así, por ejemplo, la proposición 'p' puede ser representada como el siguiente circuito:



En donde la primera y tercera líneas representan la entrada y salida de corriente respectivamente, y la línea intermedia el interruptor.

Ahora bien, como ya sabemos, una proposición puede ser o verdadera o falsa. En ese sentido, como un interruptor o bien está dejando paso al flujo de energía (prendido) o bien lo está cortando (apagado), podemos, por analogía, desarrollar una equivalencia entre ambos. Así, si 'p' es verdadero, el interruptor estará prendido, y si 'p' es falso, el interruptor estará apagado.

p = V

p 

p = F

p 

¿Qué pasa con la negación? La respuesta es muy sencilla: si una proposición es verdadera, negada será falsa y viceversa, por lo que el circuito correspondiente se graficará del mismo modo. Sin embargo, la negación para el tema de los circuitos no se grafica con '~', sino como una comilla en la parte superior de la proposición formalizada.

p = V
~p = F

Ahora bien, en caso no se especifiquen los valores de verdad de las proposiciones, *por defecto* se asume que la proposición tiene valor de verdad verdadero. Entonces, también *por defecto,* si se niega una proposición cuyo valor de verdad no se ha especificado, se asume que el valor de verdad de la proposición negada será falso.

I.1.1. Circuitos en línea

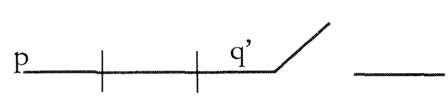
Se denomina a un circuito como 'circuito en línea' cuando tenemos dos o más circuitos ordenados uno después de otro. Se da esta forma cuando el conector u operador proposicional es una conjunción.

Por ejemplo, sea el esquema proposicional:

$$p \wedge \sim q$$

Como no se nos informa de sus respectivos valores de verdad, se asume por defecto que el valor de verdad de 'p' es lo verdadero y el de 'q' es lo falso.

Como la conjunción es un operador que indica unión, entonces se representan ambos circuitos unidos:



En otras palabras, siempre que tenemos dos o más proposiciones unidas por una conjunción, el esquema que se desea graficar será el del circuito en línea. Además, este ordenamiento es compatible con el valor de verdad del operador '∧', que es verdadero únicamente cuando ambas proposiciones son de valor de verdad verdadero. En el caso de los circuitos, la verdad se transforma en paso de energía y la falsedad en corte de energía. De ahí que, si observamos el circuito, nos percataremos de que para que la energía pueda salir del circuito, se requiere que ambos interruptores estén cerrados, estos es, que ambas proposiciones sean verdaderas. Se da así una equivalencia entre la función de verdad de la conjunción y el paso del flujo de energía en el circuito en línea.

I.1.2. Circuitos en paralelo

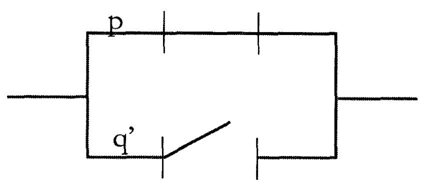
Se denomina a un circuito como 'circuito en paralelo' cuando tenemos dos o más circuitos individuales ordenados uno sobre otro. Se da esta forma cuando el conector u operador proposicional es una disyunción.

Por ejemplo, sea el esquema proposicional:

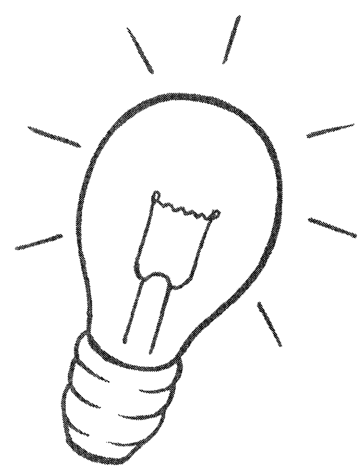
$$p \vee \sim q$$

Como no se nos informa de sus respectivos valores de verdad, se asume por defecto que el valor de verdad de 'p' es lo verdadero y el de 'q' es lo falso.

Como la disyunción es un operador que indica alternancia, entonces se representan ambos circuitos como alternativos:



En otras palabras, siempre que tenemos dos o más proposiciones unidas por una conjunción, el esquema que se graficará será el del circuito en línea.



Las dos líneas perpendiculares a los circuitos nos indican gráficamente que el fluido de energía, una vez que ingresa al circuito, se bifurca en dos líneas alternas, una de ellas representada por 'p' y la otra por 'q'. Además, este ordenamiento es compatible con el valor de verdad del operador 'v', que es falso únicamente cuando ambas proposiciones son de valor de verdad falso. En el caso de los circuitos, la verdad se transforma en paso de energía y la falsedad en corte de energía. De ahí que, si observamos el circuito, nos percataremos de que para que la energía pueda salir del circuito se requiere que por lo menos un interruptor esté abierto. Esto es, no habrá paso de energía sólo en el caso en que ambas proposiciones sean falsas. Se da así una equivalencia entre la función de verdad de la disyunción y el paso del flujo de energía en el circuito en paralelo.

I.1.3. Circuitos compuestos

Por lo anterior, podemos decir que los circuitos lineales se reducen a los dos modelos básicos que hemos presentado: circuitos en línea y circuitos en paralelo, los cuales equivalen a los esquemas lógicos de la conjunción y la disyunción, respectivamente. Sin embargo, no aparecen sólo en línea o sólo en paralelo. Como no hay esquemas sólo conjuntivos o disyuntivos, sino que puede darse una combinación de ellos, en ese caso el alumno debe simplemente adaptar los esquemas aprendidos al nuevo contexto. Veamos un caso.

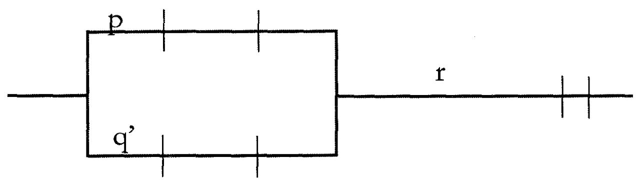
Sea el esquema por analizar el siguiente:

$$[(p \vee q) \wedge r]$$

Como no se nos indica el valor de verdad de las respectivas proposiciones, se asume, por defecto, que éste es verdadero.

Una vez establecido aquello, tenemos que descomponer analíticamente el esquema. De este modo, nos percatamos de que nuestra primera parte del circuito será un circuito en paralelo para las variables 'p' y 'q', al que luego tendremos que agregar el circuito correspondiente de 'r'. Sin embargo, el conector no es una disyunción, sino una conjunción, por lo que nuestro primer esquema (en paralelo) deberá estar unido *en línea* con el segundo.

Establecido lo anterior, no queda sino graficar:



Nuestro gráfico nos dice que tenemos un circuito en el cual 'p' y 'q' están representados en paralelo debido a que dichas variables está unidas por una disyunción, mientras el circuito que representa a 'r' está con el anterior en paralelo debido a que esta variable está unida con el esquema disyuntivo anterior a través de una conjunción.

I.2. Reducción de esquemas proposicionales

¿Qué pasa con los esquemas condicionales y bicondicionales? Pues que para que puedan ser representados como circuitos lógicos, necesitan ser reducidos a un lenguaje con únicamente disyunciones, conjunciones y negaciones.

Esta reducción es sencilla si dominamos las reglas de equivalencia. Así, el condicional puede ser reducido, por definición, a disyunción y negación o, si así lo deseamos, a conjunción y negación. Veamos un ejemplo:

Sea nuestro esquema: $p \rightarrow q$
Por definición del condicional, tenemos: $\sim p \vee q$
Por el Teorema de De Morgan, tenemos: $\sim (p \wedge \sim q)$

Si bien es cierto que en circuitos lógicos trabajamos con un lenguaje de tres operadores (conjunción, disyunción y negación), podemos simplificar aún más nuestro lenguaje (a través del uso del Teorema de De Morgan) y trabajar sólo con dos operadores: conjunción y negación, o disyunción y negación, según sea el caso. El primero de estos esquemas se conoce como forma normal conjuntiva, y el segundo como forma normal disyuntiva (esto ya lo hemos visto en lecciones anteriores). Con ello, podemos obtener circuitos únicamente en línea o únicamente en paralelo.

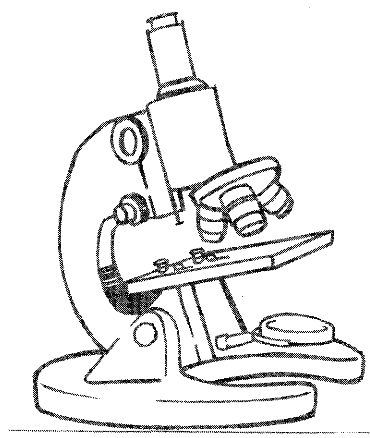
Apéndice 2
APLICACIONES CIENTÍFICAS DE LA LÓGICA

II.1. La lógica de contrastación de hipótesis

Una hipótesis es una explicación o solución provisional a un problema acerca de un acontecimiento, hecho, suceso o fenómeno para el cual no existía hasta el momento una explicación o solución conocida o satisfactoria.

II.2. Importancia

Su relevancia estriba en que en la medida en que es una solución (aunque provisional) acerca de un tema desconocido hasta el momento, abre nuevos senderos de investigación y muestra posibles vías para acrecentar el conocimiento humano.



Sin embargo, no cualquier hipótesis es científica. Para que una hipótesis sea científica, tiene que cumplir una serie de requisitos. Algunos de ellos obligatorios, otros de ellos deseables o recomendables.

II.3. Requisitos

II.3.1. Requisitos obligatorios

a. **Atinencia o atingencia**

Una hipótesis científica debe estar directamente relacionada (desde un punto de vista conceptual y empírico) con el problema para cuya solución ha sido formulada.

b. **Contrastabilidad**

Una hipótesis debe ser de tal naturaleza y estar formulada de tal modo que pueda ser sometida a prueba empírica para ser aceptada o rechazada.

II.3.2. Requisitos deseables

a. **Compatibilidad con hipótesis previas bien confirmadas**

En la medida de lo posible, evitar que entre en contradicción u oposición con el conocimiento previamente establecido en el área.

b. **Poder predictivo o explicativo**

Capacidad de poder dar razón de otros hechos o fenómenos similares al hecho o fenómeno para el cual fue inicialmente propuesta.

Esto con la intención de evitar la circularidad lógica, llamada también «círculo in probando».

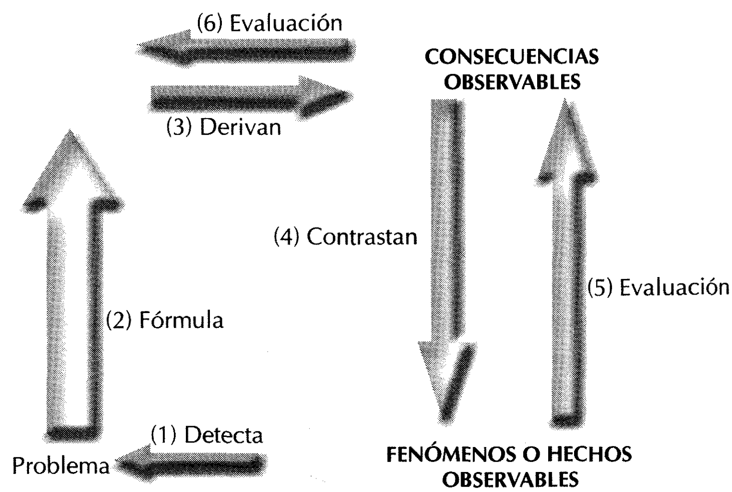
c. **Simplicidad**

Ser formulada de tal modo que sea lo más sencilla posible.

II.4. El proceso de contrastación de una hipótesis científica

a. Detección de un problema.
b. Formulación de una explicación o solución provisional (hipótesis).
c. Derivación o deducción a partir de la hipótesis de consecuencias observables.
d. Contrastación de las consecuencias con los hechos.
e. Evaluación de la contrastación: positiva o negativa.
f. Evaluación de la hipótesis: verificada como verdadera, se mantiene hasta que se demuestre lo contrario. Verificada como falsa, se rechaza y se formula una nueva hipótesis.

HIPOTÉSIS CIENTÍFICA



II.5. Ciencia y valores

II.5.1. Los valores en la ciencia

Tradicionalmente se ha sostenido que la es una actividad totalmente objetiva y neutral, alejada de subjetividades y valoraciones, sin embargo, dentro de esta objetividad la ciencia, o mejor dicho, los científicos, manejan valores.

De manera general la actividad científica se divide en ciencia pura y ciencia aplicada. La ciencia pura tiene como objetivo la búsqueda del saber por el propio saber, independientemente de la utilidad o uso que se le pueda dar a este. La ciencia aplicada, por su parte, tiene como objetivo el empleo del conocimiento científico para resolver problemas prácticos suscitados por el interactuar del ser humano con la realidad y la naturaleza.

De este modo la ciencia pura tiene como valor supremo la búsqueda del saber mientras que la ciencia aplicada tiene como valor supremo la aplicación del saber existente para transformar o modificar la realidad.

II.5.2. La explicación científica y la no científica

Explicar es responder a la pregunta "¿Por qué?", esto es; señalar las causas de algún suceso, hecho o fenómeno. Sin embargo no cualquier por qué es apropiado o adecuado. Esto nos lleva a deslindar lo que es una explicación científica de una que no lo es.

La explicación no científica, llamada también "cotidiana" o "de sentido común" busca responder al "por qué" de algún suceso, hecho o fenómeno señalando alguna causa probable, o verosímil, sin preocuparse por nada más. Por ejemplo; alguien puede preguntar por qué le ha ido mal en los estudios y se da cualquier respuesta que parezca verosímil, sin profundizar más en el asunto, como "No has estudiado lo suficiente", "No tienes suerte con los profesores", "Dios te ha castigado por tus pecados", etc.

Por su lado, la explicación científica busca responder al "¿Por qué?" de algún suceso hecho o fenómeno de manera verosímil pero además con las siguientes condiciones:

1. *Atinencia:* La explicación debe de estar directamente relacionada con el problema planteado.

2. *Contrastabilidad:* La explicación debe poder verificarse en los hechos, única manera de saber si es o no, si la supuesta causa es en realidad la verdadera.

3. *Compatibilidad con explicaciones previas bien confirmadas:* La explicación no debe entrar en contradicción con explicaciones previamente establecidas.

4. *Poder predictivo:* La explicación debe ser capaz de explicar no solo el hecho, suceso o fenómeno para el cual fue propuesta, sino otros hechos o fenómenos más, esto es una garantía de que la explicación no es circular.

5. *Simplicidad:* La explicación debe ser formulada del modo más sencillo posible.

Apéndice 3
HISTORIA DE LA LÓGICA

III.1. Generalidades

La historia de la lógica puede dividirse en cuatro grandes periodos:

1. Periodo Clásico o Antiguo (siglos IV a.C.-VI d.C.)
2. Periodo Medieval (siglos VII-XV d.C.)
   2.1 Alta Edad Media (siglos VII-XI)
   2.2 Escolástica o Baja Edad Media (siglos XI-XV)
3. Período Moderno (siglos XVI-XIX)
4. Período Contemporáneo (siglos XIX-XXI)

III.2. Periodo clásico antiguo (siglo V a.C. - VI d.C.)

Se iniciaría con el famoso *Poema* de Parménides escrito en el siglo V a.C., el cual si bien no es una obra lógica sino sobre todo filosófica, expone en ella lo que se conocerá posteriormente como los tres principios lógicos clásicos. Parménides los enuncia de este modo:

a) Lo que es, es, y no es posible que no sea.

b) Lo que no es, no es, y no es posible que sea.

c) No es posible que algo sea y no sea.

Posteriormente, tanto Sócrates, con su método mayéutico y sus polémicas contra los sofistas, como Platón, con su método dialéctico y también sus polémicas contra los sofistas profundizaron en los principios del buen y correcto razonamiento, así como evidenciaron la invalidez o incorrección de los razonamientos sofísticos. Por ejemplo, en su diálogo filosófico "Eutidemo" Platón demuestra más de un docena de argucias retóricas o falacias usadas por los sofistas para convencer a sus oyentes.

La gran figura de este periodo es Aristóteles, discípulo de Platón, el cual escribió seis obras sobre lo que ahora denominamos "lógica", si bien ahora son conocidas con el nombre genérico de *Organón* originalmente sus nombres eran:

1. *Analíticos primeros*
2. *Analíticos segundos*
3. *Categorías*
4. *Tópicos*
5. *Sobre la interpretación*
6. *Refutaciones sofísticas*

Los lógicos posteriores a Aristóteles, como el romano Lucio Anneo Boecio, aclararán y perfeccionarán la labor de Aristóteles pero sin mayores innovaciones. Y así se llegará al periodo medieval.

III.3. Periodo Medieval

III.3.1. Alta Edad Media (VII-XI)

Según los historiadores de la lógica, durante esta época no hubo mayor avance en el estudio de la disciplina.

La razón principal de ello fue que con la caída del Imperio Romano de Occidente, el centro de poder desaparece de Europa y se instaura un caos político y social, pues no había ya ningún gobernante o señor lo suficientemente fuerte para someter a sus enemigos o competidores. La falta de orden político lleva a un desorden social y ello desencadena una época de crisis cultural, educativa, etc.

La gente está más preocupada de su propia vida y su seguridad que de otros asuntos, por ello esta época es también conocida como la Edad Oscura.

III.3.2. Escolástica o Baja Edad Media (XI-XV)

Luego de la instauración de un nuevo orden en Europa, con Carlomagno y el Sacro Imperio Romano Germánico durante el siglo IX, y el surgimiento y expansión del orden feudal, comienza la recuperación política y el florecimiento cultural. Por ello, a partir del siglo XI resurgen los estudios de lógica. Esta lógica, se centra en el estudio del lenguaje natural y coloquial.

El objetivo de estos lógicos medievales es buscar determinar los diversos modos de predicación, la semántica y la sintaxis del lenguaje natural para analizar la corrección de los razonamientos.

Destacan los estudios sobre diversos modos de predicación (lógica modal) y las paradojas.

III.4. Periodo Moderno (XVI-XIX)

En este periodo el énfasis estuvo en el estudio del pensamiento formal, como en el psicologismo, esto es, en el análisis de los razonamientos no desde un punto de vista formal sino psicológico, como causa-efecto, asociación de ideas, etc.

Por lo anterior, los avances en esta disciplina fueron prácticamente nulos, lo que llevó a un gran pensador del siglo XVIII como Immanuel Kant a sostener que desde Aristóteles, la lógica no había progresado.

IV.5. Periodo contemporáneo (XIX-XXI)

En esta época la lógica adquiere su autonomía científica pues se la comienza a entender como un cálculo formal o simbólico, desligado de la semántica de los lenguajes naturales.

Esto permitió que la lógica, independizada del lenguaje natural, pudiera convertirse en una ciencia autónoma. Los principales hitos de este periodo fueron:

IV.5.1. Siglo XIX

Propiamente la lógica matemática: álgebra de Boole, álgebra de la lógica, la idea de los conjuntos. De Morgan desarrolla la lógica formal. En esta época destacan: Frege, B. Russell, Whitehead, Tarski.

IV.5.2. Siglo XX

En la primera mitad del siglo XX, la lógica se aplicó mayormente a la fundamentación de la matemática y en la segunda jugó un papel decisivo en la creación y desarrollo de la informática y los lenguajes de programación.

IV.5.3. Siglo XXI

La lógica es la materia interdisciplinar que ha facilitado la conversión de las bases de datos a las bases de conocimiento. La lógica, el lenguaje y la informática constituyen la ciencia de la transmisión de la información.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS GENERALES

ALCHOURRÓN, Carlos, MÉNDEZ, José (y) ORAYEN, Raúl. *Lógica.* Madrid, Trotta, 1995, Colección Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía.

CHÁVEZ, Alejandro. *Introducción a la Lógica.* Lima, Imprenta Chávez, 2001.

COPI, Irving. *Introducción a la Lógica.* Bs. As., EUDEBA, 1981.

COPI, Irving (y) COHEN, Carl. *Introducción a la Lógica.* México, Limusa, 1995.

GARRIDO, Manuel. *Lógica Simbólica.* Madrid, Tecnos, 1997.

PISCOYA, Luis. *Lógica.* Lima, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, 1997.

QUINE, Willard Van Ormand. *Los Métodos de la Lógica.* Barcelona, Planeta-Agostini, 1993.

REDMOND, Walter. *Lógica Simbólica Para Todos.* México, Universidad Veracruzana, 1999.

ROSALES, Diógenes (y) TRELLES, Óscar. *Introducción a la Lógica.* Lima, Pontificia Universidad Católica del Perú, 1999.

SCHREIBER, Rupert. *Lógica del Derecho.* Bs. As., Sur, 1967.

SUPPES, Patrick. *Introducción a la Lógica Simbólica.* México, Compañía Editorial Continental, 1969.

SUPPES, Patrick (y) HILL, Shirley. *Introducción a la Lógica Matemática.* México, Reverté, 1996.

Varios autores. *La Lógica en el Pensamiento Actual.* Lima, Estudios Generales Letras de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 2001.

Impreso en los talleres gráficos de **DISTRIBUIDORA DON JOAQUÍN**
Calle Barlovento 310, Urb. Residencial Higuereta, Santiago de Surco
Teléfono: 271-3443
Tiraje: 2000 ejemplares